MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE ET
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

DIRECTION DE LA PEDAGOGIE ET
DE LA FORMATION CONTINUE

SOUS-DIRECTION DE LA FORMATION
PEDAGOGIQUE CONTINUE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

FORMATION DES PROFESSEURS CONTRACTUELS DU PROGRAMME SOCIAL DU GOUVERNEMENT 2019

28 juillet – 30 septembre 2019

MODULE DE FORMATION

MATHEMATIQUES

MODULE 1 :

MAITRISE DES CONTENUS ACADEMIQUES

COMPETENCE 1

Thème 1 : Calculs algébriques :
Thème 2 : Thème 2 : Fonctions

Ensembles de Nombres ℕ ; ℤ ; ID ; ℚ ; ℝ ; ℂ

1-Entiers naturels

L'ensemble des entiers naturels est noté ℕ
ℕ = { 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... }

• L'ensemble ℕ est stable pour l'addition et la multiplication : cela signifie que si j'additionne ou multiplie deux entiers naturels quelconques, le résultat sera encore un entier naturel.

• *ℕ n'est pas stable pour la soustraction : par exemple 2-3 = -1 n'est pas dans* ℕ.

• ℕ est ordonné c'est-à-dire on peut comparer deux éléments de ℕ.

2-Entiers relatifs

L'ensemble des entiers relatifs est noté ℤ.
ℤ = {... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... }
L'ensemble ℤ est stable pour l'addition, la soustraction et la multiplication.
Tout entier naturel est un entier relatif. ℤ contient donc N : on dit que N est inclus dans ℤ.
• ℤ est ordonné.

3-Nombres décimaux

L'ensemble des nombres décimaux est noté 𝔻.
𝔻 = {..-4,7. ; -3 ; -2,3 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3,8 ; 14 ; ... }
Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
Tout nombre relatif est un nombre décimal ; donc 𝔻 contient ℤ. (ℤ est inclus dans 𝔻)
L'ensemble D est stable pour l'addition, la soustraction et la multiplication.
-écriture décimale : La partie décimale compte un nombre fini de chiffres non nuls.
partie entière (237) → 237, 459 6 ← partie décimale (0,459 6)

-écriture scientifique : C'est l'écriture sous forme du produitTapez une équation ici.

- d'un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule
- et d'une puissance de 10 (d'exposant entier relatif)

Exemples : 38 = 3,8 x 10 ; 0,0562 = 5,62 x 10^{-2} ; - 97631 = - 9,763 1 x 10^{4}
• 𝔻 est ordonné.

4-Nombres rationnels

Ce sont les quotients d'un entier relatif par un entier naturel non nul. (exemples : 3/7 ; -11/39 ; ...)
L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.
Tout nombre décimal est un nombre rationnel ; $\mathbb{Q}$ contient $\mathbb{D}$.
(certains rationnels, pas tous, ont une écriture décimale : par exemple 1/4 = 0,25 est un décimal, mais pas 9/7)
L'ensemble $\mathbb{Q}$ est stable pour l'addition, la soustraction et la multiplication

• développement décimal illimité : La partie décimale d'un nombre rationnel non décimal compte une infinité de chiffres non nuls. Dans cette partie décimale, une même séquence de chiffres se répète indéfiniment :

Exemple : 9/7 = 1, 285714 285714 285714 28...(la division ne s' arrête jamais)

- $\mathbb{Q}$ est ordonné.

5-Nombres réels

L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.
Les nombres réels non rationnels sont appelés irrationnels.
($\sqrt{2}$ par exemple est irrationnel : on ne peut pas l'écrire sous forme d'un quotient d'entiers)
Tout nombre rationnel est un nombre réel ; $\mathbb{R}$ contient $\mathbb{Q}$.
L'ensemble $\mathbb{R}$ est stable pour l'addition, la soustraction et la multiplication.
De plus la racine carrée de tout réel positif est dans $\mathbb{R}$.

-développement décimal illimité : La partie décimale d'un irrationnel compte une infinité de chiffres non nuls. Elle n'est pas formée d'une séquence de chiffres se répétant. (Pi = 3,1415926535......)
-Tout réel est l'abscisse d'un point d'une droite munie d'un repère (origine, unité, sens) et inversement tout point d'une droite graduée a pour abscisse un réel.

- $\mathbb{R}$ est ordonné.

5-Nombres Complexes

L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$.
Un nombre complexe est un nombre qui est sous la forme $a + ib$ où $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

♦ i est le nombre ***tel que*** $\boxed{i^2 = -1}$

i et $-i$ sont les racines carrées de -1.

Si $b = 0$, $z = a$ est un nombre réel, ce qui entraîne que $\boldsymbol{R}$ est inclus dans $\boldsymbol{C}$.

Si $a = 0$ et $b \neq 0$, $z = bi$ est un imaginaire pur.

♦ a est **la partie réelle** du nombre complexe z, b est sa **partie imaginaire**.

♦ $\bar{z} = a - bi$ est le **nombre complexe conjugué** du nombre complexe $z = a + bi$

♦ **L'ensemble $\mathbb{C}$ est stable pour l'addition, la soustraction et la multiplication.**

• $\mathbb{C}$ n'est pas ordonné.

Encadrement

Exercice

1) $0 < x < 5$ et $-10 < y < -2$ encadrer $x + y$; $y - x$; xy ; $\frac{x}{y}$; $x^2 + y^2$

2) $3 < x < 5$ et $1 < y < 4$ encadrer $x - y$; $\frac{1}{x+y}$; $\sqrt{xy}$

3) $0 < x < 5$ et $3 < y < 4$ encadrer $\frac{x}{y}$ et $\frac{y}{x}$

4) $3,1415 < \pi < 3,1416$ et $2,0 < R < 2,2$ encadrer l'aire d'un disque de rayon R en arrondissant les bornes de l'encadrement à 0,1 près.

Système

Résous les systèmes suivants par substitution ou par combinaison.

Exercice 1

Résoudre le système suivant :

$2x + y = 5$

$4x + 3y = 1$

Exercice 2

Résoudre les systèmes suivants :

$3x-y=1$

$6x-3y=-3$

Exercice 3

Résoudre les systèmes suivants :

$7x+4y=6$

$5x+2y=0$

Exercice 4

Résoudre les systèmes suivants :

$9t-7u=8$

$-2t+7u=20$

Fonctions

Exercice

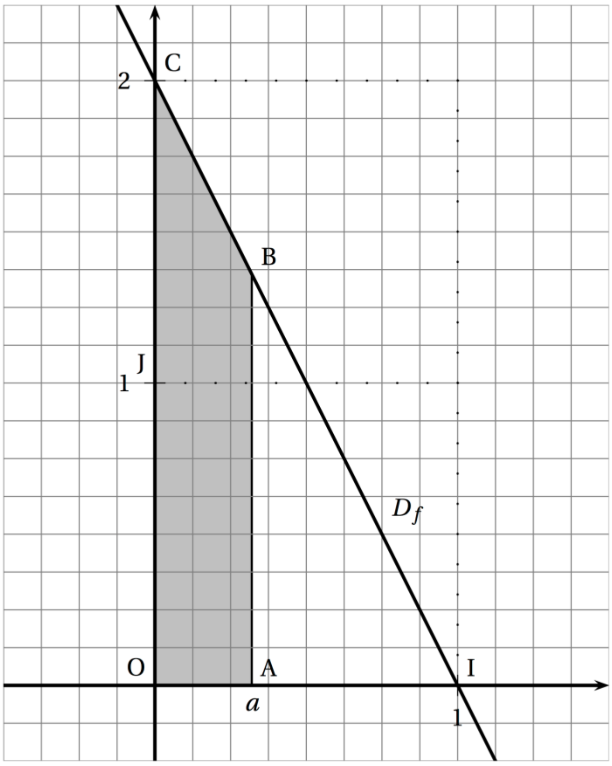
Soit f la fonction définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = 2 - 2x$.

On a tracé ci-dessous la droite (D_f), courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan.

Le point C a pour coordonnées $(0\,;2)$. La partie Δ du plan est l'intérieur au triangle OIC.

Soit a un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note A le point de coordonnées $(a\,;\,0)$ et B le point de (D_f), de coordonnées $(a\,; f(a))$. Le but de cet exercice est de trouver la valeur de a telle que le segment $[AB]$ partage Δ en deux parties de même aire.

Déterminer la valeur exacte de a, puis une valeur approchée au centième.



Polynômes , équation

Exercice

On considère la fonction polynôme P définie sur ℝ par $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 9x + 1$

1. Etude des racines de P(x)
   a. A l'aide de la calculatrice, trouver une racine évidente α de P(x).
   b. Déterminer alors une fonction polynôme Q du second degré telle que P(x) = (x - α). Q(x)
   c. En déduire les solutions de l'équation P(x) = 0
   d. Puis dresser le tableau de signe de P(x).
2. Interprétation graphique
   On a tracé le graphe (C_P) de la fonction P.
   Expliquez comment on retrouve graphiquement les résultats des questions 1°)c et 1°)d.

3. <u>Etude d'une autre fonction</u>
   On considère maintenant la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$
   a. Donner l'expression canonique de f(x).
      Expliquez comment obtenir la courbe (C_f) de f à partir de celle de la fonction carrée et donner son minimum.
   b. Trouver par le calcul les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses (Ox).
   c. Dresser le tableau de variation de f.
   d. Tracer (C_f) avec soin sur l'annexe.
4. <u>Intersection des deux courbes.</u>
   a. Lire graphiquement les points d'intersection des deux courbes (C_f) et (C_P).
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.

<u>Exercice 2</u> :

(E) désigne l'équation : $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

On vérifie facilement que 0 n'est pas solution de (E).

1. Démontrer que si a est solution de (E) alors $\frac{1}{a}$ est solution de (E).
2. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E'): $x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$
3. Calculer $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$
4. Puis montrer qu'en posant $X = \left(x + \frac{1}{x}\right)$ l'équation (E') se ramène à une équation du second degré.
5. Résoudre alors (E).

Fonction rationnelle

Exercice 1

Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$f(x) = \frac{x^2-3x+5}{x-2}$

Exercice 2

Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$f(x) = \frac{x^2-5x+2}{3-x}$

Exercice 3

Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$f(x) = \frac{|x-3|-2}{1+|x-1|}$

Exercice 4

Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$f(x) = |x-2| + \frac{1}{x-1}$

Fonction contenant des racines carrées

Exercice
Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction *f* de ℝ vers ℝ définie par :
f(*x*) = $\sqrt{|x^2 - 6x + 5|}$

Exercice
Etudier et représenter graphiquement la courbe de la fonction *f* de ℝ vers ℝ définie par :
f(*x*) = $\sqrt{|4x^2 + x|} - x$

Fonction logarithmes
Exercice
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O , I ,J). L'unité graphique est égale à 2 cm.

Partie A
Soit f la fonction dérivable sur l'intervalle]0 ; $+\infty$[et définie sur [0 ; $+\infty$[par :
$\begin{cases} f(x) = x^2(1 - 2lnx), si\ x > 0 \\ \qquad f(0) = 0 \end{cases}$
On note (C) sa représentation graphique dans le plan muni du repère (O, I, J).

1- Démontrer que f est continue en 0.
2- Justifier que la courbe (C) admet en son point d'abscisse 0, une tangente horizontale.
3- a) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ $\quad \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$
   b) Interpréter graphiquement les résultats de la question 3-a).

4- a) Démontrer que pour tout x élément de l'intervalle]0 ; $+\infty$[, $f'(x) = -4xlnx$.
b)Étudier les variations de $f sur$ l'intervalle [0 ; $+\infty$[, puis dresser son tableau de variation.
c) calculer $f(\sqrt{e}\ )$ et justifier que :
$\begin{cases} \forall x \in\ [0 : e],\ \ 0 \leq f(x) \leq 1 \\ \forall x \in\ ]e\ ; +\infty[, \quad\ f(x) < 0 \end{cases}$

5 a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse $\sqrt{e}$.
  b) Tracer (T) et (C).

Partie B
a est un élément de $]0\ ;\ \sqrt{e}[\ \cup\ ]\sqrt{e}\ ;\ +\infty[$ et x est un nombre réel strictement positif.
On pose : S = $\int_a^x f(t)dt$.

1- A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que : S=$\frac{x^3}{3}\left(\frac{5}{3} - 2lnx\right) - \frac{a^3}{3}\left(\frac{5}{3} - 2lna\right)$.
2- On note A(a) l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par (C) et les droites d'équations :
$y = 0, x = a\ et\ x = \sqrt{e}$.
   a) Démontrer que : A(a) = $(4\int_a^{\sqrt{e}} f(t)dt)\ cm^3$.
      (*On distinguera les cas* $a\ < \sqrt{e}\ \ et\ a > \sqrt{e}$)
   b) On suppose dans cette question que $a < \sqrt{e}$.

Calculer la limite de A(a) lorsque *a tend vers 0. (On admettra que cette limite est l'aire en* cm^2
de la partie du limitée par la courbe (C) et les droites d'équations x=0, x=$\sqrt{e}$ *et y= 0.)*

c) On suppose que $a > \sqrt{e}$
Déterminer la valeur a pour laquelle A(a) = $(\frac{8}{9}\ e\ \sqrt{e}\ )cm^2$

3—Déduire de ce qui précède que l'aires-en cm^2 *de la partie du plan comprise entre la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations* $x = 0\ et\ x = e^{\frac{5}{6}}$ *est égale à :* $\frac{16}{9}e\sqrt{e}.$

Partie C

n est un entier naturel.

Soit f_n la fonction dérivable sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et définition par :

$$\begin{cases} f_n(x) = x^2(n - 2lnx)e^{\frac{1-n}{2}}, si\ x > 0 \\ f_n\ (0) = 0 \end{cases}$$

On note (C_n) la représentation graphique de f_n dans le plan muni du repère (O , I , J).

1- *Démontrer que* (C_n) *est l'image de* (C_1) *par l'homothétie de centre O et de rapport e*$^{\frac{n-1}{2}}$.
On remarque que : $(C_1) = (\ C\ )$.

2- *a- Construire* (C_2) *et ses tangentes aux points d'abscisses respectives 0 et e.*
b-Déterminer en $cm^2, l'aire\ de\ la\ partie\ du\ plan\ limitée\ par\ la\ courbe$ (C_2), les droites (OI), (OJ) et la droite d'équation x=e.

3- Déterminer l'aire en cm^2 de la partie du plan comprise entre la courbe
$(C_2), la\ droite\ (OI) et\ les\ droites\ d'équations x = 0\ et\ x =\ e^{\frac{4}{3}}$.

Fonction exponentielle

Problème

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I, J). L'unité graphique est 2cm.

Soit k un nombre réel non nul.

On considère la fonction f_k dérivable sur IR et définie par :

$$f_k(x) = (2x + 4k)e^{-\frac{x}{2k}} - x$$

On note $(\mathcal{C}_k)$ *la courbe représentative de la fonction* f_k.

Le but du problème est d'étudier les fonctions f_k, de construire la courbe $(\mathcal{C}_1)$ et de donner un programme de construction de la courbe $(\mathcal{C}_k)$ *pour* k différent *de* 1.

Parie A

Soit h la fonction numérique dérivable sur IR et définie par : $h(x) = x + e^{\frac{x}{2}}$.

1- Etudier le sens de variation de h.

2- Calculer les limites de h en -∞ et en +∞.

3 a) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ *admet dans IR une solution unique* α *tel* que : $-0{,}71 < \alpha < -0{,}70$

b) En déduire que : $\begin{cases} \forall\, x \in]-\infty\,;\ \alpha[, h(x) < 0; \\ \forall x \in\ ]\alpha\,;\ +\infty[, h(x) > 0. \end{cases}$

Partie B

Pour tout nombre réel x : $f_1(x) = (\,2x + 4)e^{-\frac{x}{2}} - x$.

a) Démontrer que $f_1(\alpha) = -2 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$.

b) En déduire un encadrement de $f_1(\alpha)$ d'amplitude 0,1.

2- a) Pour tout réel x, calculer $f_1{}'(x)$ et démontrer que $f_1{}'(x) = -h(x)e^{-\frac{x}{2}}$.

b) En déduire les variations de f_1.

3- a) Calculer la limite quand x tend vers $-\infty$ de $f_1(x)$ puis la limite quand x tend vers $-\infty$ de $\frac{f_1(x)}{x}$.

Interpréter graphiquement ces résultats.

b) Calculer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $f_1(x)$.

c) Démontrer que la droite (D) d'équation y= $-x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_1)$ en $+\infty$.

4- a) Dresser le variation de f_1.

b) Construire la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C}_1)$ dans le plan muni du repère (O, I,J).

5- a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer pour tout nombre réel x :

$I(x) = \int_0^x (2t + 4)e^{\frac{-t}{2}}dt$.

b) En déduire en cm^2 l'aire A_1 de la partie du plan limitée par :

-la courbe $(\mathcal{C}_1)$;

- la droite (D) ;

- la droite (OI) et la droite d'équation x=2.

Partie C

a) Démontrer que pour tout réel x:

$$f_k{}'(x) = -h(\frac{1}{k}x)e^{-\frac{x}{2k}}$$

b)En utilisant A, étudier les variations de $f_k$suivant le signe de k.

c)Vérifier que $f_k(k\alpha) = kf_1(\alpha)$.

d) Dresser le tableau de variation de f_k suivant le signe de k.

(*On ne demande pas de calculer les limites de f_k)*

2 *a)* Démontrer que $(\mathcal{C}_k)$ est l'image de $(\mathcal{C}_1)$ par l'homothétie de centre O et de rapport k.

b) En déduire la construction de $\left(\mathcal{C}_{-\frac{1}{2}}\right)$ dans le même repère que $(\mathcal{C}_1)$.

3- On note A_k l'aire de la partie du plan limitée par :

- la courbe $(\mathcal{C}_k)$;
- la droite (D) ;
- la droite (OI) et la droite d'équation x= 2k ?

Déterminer en cm^2 A_k en fonction de k.

Suites numériques

Exercice 3 *(7 points)*

Raisonnement par récurrence 1

1. On note $1\times 2\times 3\times ....\times n = n!$ (et on lit « factorielle » *n*).

Démontrez par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $n! \geq 2^{n-1}$.

2. Démontrez que, pour tout entier naturel *n*, l'entier $3^{2n} - 2^n$ est un multiple de 7 ; *n* désigne un entier supérieur à 1.

3. Montrer par récurrence les propriétés suivantes :

a. Pour tout entier naturel *n*, $2^n \geq n$.

b. Pour tout entier naturel *n*, $2^{2n+1} + 3^{2n+1}$ est un multiple de 5.

c. Pour tout entier *n* différent de 1, $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + ... + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$.

Suite récurrente 2

On considère la suite $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$ définie par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n \end{cases}$.

1. Calculer u_2, u_3, u_4, u_5. Donner les résultats sous la forme 2^α.

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = \ln(u_n) - \ln 4$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

3. Exprimer v_n en fonction de *n*. En déduire u_n et calculer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

4. Pour quelles valeurs de *n* a-t-on $u_n > 3{,}96$?

Suite récurrente 3,

On considère la suite u_n définie par $\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = u_n(2-u_n) \end{cases}$ où a est un réel donné avec $0 < a < 1$.

1. On suppose que $a = \frac{1}{8}$;

a. Calculer u_1 et u_2.

b. Tracer dans un repère orthonormal la courbe représentative P de la fonction f : $f(x) = x(2-x)$ ainsi que la droite d ($y = x$).

c. Utiliser d et P pour construire sur l'axe des abscisses les points A_1, A_2, A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2, u_3.

2. On suppose dans cette question que a est quelconque ($0 < a < 1$).

a. Montrer par récurrence que $0 < u_n < 1$.

b. Montrer que u_n est croissante.

c. Que peut-on en déduire ?

3. On suppose de nouveau $a = \frac{1}{8}$ et on considére la suite $v_n = 1 - u_n$.

a. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n

b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de v_n puis celle de u_n.

Suite récurrente 4

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = e$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = \ln u_n$.

1. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$, en déduire que v_n est le terme général d'une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b. Donner l'expression de v_n en fonction de n. En déduire celle de u_n en fonction de n.

2. Pour tout entier naturel n on pose $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ et $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$.

a. Montrer que $P_n = e^{S_n}$.

b. Exprimer S_n en fonction de n.

c. En déduire l'expression de P_n en fonction de n.

3. Déterminer la limite de la suite (S_n) ; en déduire celle de la suite (P_n).

Suite récurrente 5

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ *et* $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ pour tout n entier naturel.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_5. Placer les points correspondants sur une droite graduée.
2. Démontrer que la suite (u_n) est bornée.
3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
4. Que peut-on conjecturer pour la limite de la suite ?

Suite récurrente 6

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$ pour tout n entier naturel.

1. Donner les valeurs approchées à 10^{-3} près de u_1, u_2, …, u_{10}.
2. Démontrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 \le u_n \le 3$.
3. Démontrer que la suite (u_n) est convergente.
4. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Suite récurrente 7

Le Capitaine Haddock a décidé de rationaliser sa consommation de Whisky. Il a un stock de 200 bouteilles, et chaque mois il consomme le quart de son stock, et rachète 10 bouteilles. On appelle u_n le nombre de bouteilles en stock au bout de n mois (ainsi $u_0 = 200$).

1. Montrer que, pour tout $n \neq 0$, $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 10$. Calculer u_1 et u_2.
2. On pose pour tout entier n : $v_n = u_n - 40$. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
3. Quelle sera, à terme, la consommation mensuelle du Capitaine ? Au bout de combien de mois sera-t-elle inférieure à 12 bouteilles ?

Calcul intégral

Chapitre VI : calcul intégral

1. Calculer les intégrales suivantes (on précisera éventuellement l'intervalle de validité) :

1°) $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x\,dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$ **2°)** $\int_0^{-2} t.\exp(-t^2)dt$ **3°)** $\int_1^e (x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})dx$ **4°)** $\int_{-1}^{x} \frac{dt}{1-t}$

5°) $\int_0^{\pi/6} \sin 3u\, du$ **6°)** $\int_{e^2}^{e} \frac{\ln t}{t}dt$ **7°)** $\int_0^1 \frac{x^{n-1}}{1+x^n}dx$ ($n \in N^*$) **8°)** $\int_1^e \frac{\ln(t)}{t^2}dt$

9°) $\int_a^{a^n} \frac{dx}{x\ln x}$ **10°)** $\int_1^{e^2} (x^3+1)\ln(x)dx$ **11°)** $\int_0^1 (x^2+x+1)e^{-x}dx$; **12°)** $\int_0^{\pi} x^2 \sin(x)dx$.

Rep : **1)** $\frac{3}{4}\left(\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{16}\right)$ **2)** $\frac{1-e^{-4}}{2}$ **3)** $e^2/2 - 1/e - 1/2$ **4)** $\ln(2) - \ln(1-x)$ pour $x < 1$

5) 1/3 **6)** −3/2 **7)** (ln2)/n **8)** 1 − 2/e **9)** ln(n) avec $a > 0$ et $a \neq 1$

10) $(7e^8 + 16e^2 + 17)/16$ **11)** 4 − 8/e **12)** $\pi^2 - 4$

2. Déterminer les primitives des fonctions suivantes. On précisera dans chaque cas l'intervalle.

1°) f(x) = ln(x) ; **2°)** $f(x) = x.e^{-x}$; **3°)** $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$;

4°) f(x) = tan(x) ; **5°)** f(x) = cotan(x) ; **6°)** $f(x) = \frac{1}{x.\ln(x)}$.

3. **1°)** Montrer que les intégrales $I = \int_0^{\pi} \frac{\sin t}{\sin t + \cos t} dt$ et $J = \int_0^{\pi} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t} dt$ existent.

2°) Calculer I + J et I – J. En déduire I et J.

4. Application du changement de variable. Montrer:

-- si f est impaire et continue sur [–a, a], alors $\int_{-a}^{a} f(t)dt = 0$ (a > 0) ;

-- si f est paire et continue sur [−a, a], alors $\int_{-a}^{a} f(t)dt = 2 \int_0^{a} f(t)dt$ (a > 0) ;

-- si f est périodique de période T est continue sur **R**, alors $\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^{T} f(t)dt$.

Calculer : $\int_{-3}^{3} x\sqrt{x^4+1}\, dt$; $\int_0^{2\pi} \sin^3 t\, dt$.

5. Etudier rapidement $f : x \mapsto x + 1 + e^{-x}$; préciser les branches infinies ; tracer C_f. Pour a> 0, calculer l'aire du domaine plan $D_a = \{M(x, y) ; 0 \le x \le a \text{ et } x + 1 \le y \le f(x) \}$. Déterminer la limite de cette aire quand a tend vers +∞.

6. Soit f définie sur **R*** par $f(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\ln(1+t^2)}$.

1°) Montrer que f est définie, continue et dérivable sur **R***. **2°)** Montrer que f est impaire.

3°) Calculer f '(x) pour x > 0. On écrira : f(x) = F(2x) − F(x) avec F primitive de $x \mapsto \frac{1}{\ln(1+x^2)}$ sur $\mathbf{R}^*_+$

6. (escp 89) Soit f définie sur **R** par : $f(x) = \int_x^{2x} \exp(-t^2)dt$

1°) **a)** Etudier la parité de f.

b) Déterminer le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

c) Montrer que f admet 0 pour limite en +∞ et −∞.

2°) **a)** Montrer que f est dérivable et que $f'(x) = 2.\exp(-4x^2) - \exp(-x^2)$.

b) Etudier la variation de f. Préciser les points où f admet un extremum.

c) Calculer f ''(x) et déterminer son signe.

d) Construire C_f (on admettra que le maximum de f est sensiblement égal à 0,3).

Suites définies par une intégrale.

7. Soit $I_n = \int_{-1}^{1} (x^2-1)^n\, dx$.

1°) Démontrer que pour tout entier n supérieur ou égal à 1 : $(2n + 1)\, I_n = -2n\, I_{n-1}$.

2°) En déduire l'expression de I_n en fonction de n.

8. p et q étant deux nombres entiers positifs ou nuls, on pose : $B(p, q) = \int_0^1 t^p (1-t)^q dt$.

1°) Comparer B(p, q) et B(q, p).

2°) Etablir la relation : $B(p, q) = \dfrac{p}{q+1} B(p-1, q+1)$ $(p \geq 1)$.

3°) Calculer $B(0, n)$ pour tout n appartenant à **N** ; en déduire $B(p, q)$.

9. Pour n entier naturel, on pose : $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2}\, dx$

1°) Quelle est la signification géométrique de I_0 ? En déduire la valeur de I_0.

2°) Calculer I_1.

3°) Montrer que pour tout $n \geq 2$, on a : $I_n = \dfrac{n-1}{n+2} I_{n-2}$. En déduire la valeur de I_n en fonction de n (on distinguera suivant la parité de n).

4°) Montrer que (I_n) est une suite positive et décroissante et que cette suite converge vers 0.

5°) Montrer que $n(n+1)(n+2)\, I_n\, I_{n-1}$ est indépendant de n et calculer sa valeur ; en déduire un équivalent simple de I_n lorsque I_n tend vers $+\infty$.

10. Soit $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^n\, dx$, avec n appartenant à **N**.

1°) Montrer que la suite (I_n) est décroissante. En déduire qu'elle est convergente.

2°) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que pour tout $n \geq 2$, on a : $I_n = \dfrac{n-1}{n} I_{n-2}$.

3°) Après avoir calculé I_0 et I_1, en déduire I_{2p} et I_{2p+1}, $p \in$ **N**.

4°) Montrer que pour tout $p \in$ **N**, on a : $\dfrac{I_{2p+2}}{I_{2p}} \leq \dfrac{I_{2p+1}}{I_{2p}} \leq 1$.

5°) En déduire la limite quand p tend vers $+\infty$ de $\left(\dfrac{2.4.6.\ldots.2p}{1.3.5.\ldots.(2p-1)}\right)^2 . \dfrac{1}{2p+1}$ (formule de Wallis).

11. On note, pour tout nombre réel a positif et pour tout entier naturel n :

$$u_n(a) = \int_0^1 \exp(\, a(1-x)\,)\, x^n\, dx$$

1°) Calculer $u_0(a)$.

2°) Convergence de la suite $(\, u_n(a)\,)_{n \in \mathbf{N}}$. Soit $a > 0$ donné.

a) Montrer que pour tout n dans **N** : $0 \leq u_n(a) \leq \dfrac{\exp(a)}{n+1}$.

b) Montrer que la suite $(\, u_n(a)\,)$ est décroissante.

c) Déterminer la limite de $u_n(a)$ quand n tend vers $+\infty$.

3°) Forme explicite de $u_n(a)$.

a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que pour tout n dans **N** :

$$a.u_{n+1}(a) = -1 + (n+1).u_n(a).$$

b) Montrer par récurrence sur n que pour tout n dans **N** :

$$u_n(a) = \frac{n!}{a^{n+1}}\left[\exp(a) - \sum_{k=0}^{n} \frac{a^k}{k!}\right].$$

12. (essec math 3 2001) On étudie dans cet exercice la suite (S_n) définie pour $n \geq 1$ par :

$$S_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{n^2} \quad \text{c'est à dire} \quad S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$$

A cet effet, on introduit pour tout réel t tel que $0 \leq t \leq \pi/2$:

$$I_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2k}(t)\,dt \quad ; \quad J_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2 \cos^{2k}(t)\,dt$$

1°) convergence de la suite (J_k/I_k).

a) Etablir l'inégalité suivante pour tout nombre réel t tel que $0 \leq t \leq \pi/2$: $t \leq \frac{\pi}{2}\sin(t)$.

b) Etablir l'inégalité suivante pour tout nombre entier k tel que $k \geq 0$: $0 \leq J_k \leq \frac{\pi^2}{4}(I_k - I_{k+1})$.

c) Exprimer I_{k+1} en fonction de I_k en intégrant par parties I_{k+1} (on pourra poser $u'(t) = \cos(t)$ et $v(t) = \cos^{2k+1}(t)$ dans l'intégration par parties).

d) Déduire des résultats précédents que J_k/I_k tend vers 0 quand k tend vers $+\infty$.

2°) Convergence et limite de la suite (S_n).

a) Exprimer I_k en fonction de J_k et J_{k-1}, en intégrant deux fois par parties l'intégrale I_k $(k \geq 1)$.

b) En déduire la relation suivante pour $k \geq 1$:

$$\frac{J_{k-1}}{I_{k-1}} - \frac{J_k}{I_k} = \frac{1}{2k^2}$$

c) Calculer J_0 et I_0, puis déterminer la limite S de la suite (S_n).

d) Etablir l'inégalité suivante pour tout nombre entier $k \geq 2$:

$$\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \leq \frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}.$$

En déduire un encadrement de S_{n+p} □ S_n pour $n \geq 1$ et $p \geq 1$, puis de S □ S_n, et montrer que

$0 \leq S_n - S + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n^2}$. *Autrement dit,* $S_n + \frac{1}{n}$ *constitue une valeur approchée de S à* $\frac{1}{n^2}$ *près.*

Equation différentielles

Exercice1

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = e^{-2x}$

a) Vérifier que la fonction g : $x \mapsto (\ +1)e^{-2x}$ est solution sur IR de (E).

b) Démontrer qu'une f+g est solution de (E) si et seulement si f est solution de l'équation différentielle : $y' + 2y = 0$

c) En déduire les solutions de (E) sur IR .

Exercice 2

a) Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' + y = 0$.

b) Déterminer la solution f qui vérifie : $f(\frac{\pi}{4}) = -2$ et $f'(\pi) = 8$.

c) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation ; $f(x) = \sqrt{2}$.

Exercice 3

Le plan est muni du repère orthonormé (O , I , J).
Déterminer les courbes (C) telles qu'en tout point M de (C) la tangente soit perpendiculaire à (OM).
Exercice 4
On considère le système (Σ): $\begin{cases} y' = -Z \\ Z' = y - 2Z \end{cases}$ où les inconnues sont les fonctions y et Z.

a) Démontrer que si (y , z) est solution de (Σ), alors les fonctions y et Z sont deux fois dérivables et vérifient l'équation différentielle (E) : $u'' + 2u' + u = 0$.
b) Résolution de (E)
   - En écrivant (E) sous la forme $u'' + u' + u' + u = 0$, démontrer qu'une fonction est solution de (E) si et seulement qqi elle est solution de l'équation différentielle (E') : $v' + v = ae^{-x}$ ($a \in$ IR).
   - Vérifier que la fonction g : $x \mapsto axe^{-x}$ est solution de (E').
     Démontrer qu'une fonction f est solution de (E') si et seulement si f-g est solution de l'équation différentielle : $v' + v = 0$.
   - E n déduire la résolution de (E).
c) Résoudre le système Σ).

Optimisation
Exercice
Une entreprise fabrique x portes blindées par jour, *x* variant de 0 à 120.
On estime que le coût total de fabrication, noté C(*x*), est donné, en milliers, par :
C(*x*) = $0{,}01x^3 + 0{,}1x^2 + 95x + 1\,500$.
La recette de l'entreprise est obtenue par la vente de *x* portes, 228 000 F l'unité.
On suppose que chaque porte fabriquée est vendue.
1) Exprimer B(*x*) en fonction de *x*
2a)) Détermine des solutions le nombre de porte vendues pour que la fabrication soit rentable. Justifier
b) Pour quel nombre de portes vendues le bénéfice est-il maximal? justifier

COMPETENCE 2

Thème 1 : organisation et traitement des données

Exercice 1: Il y a deux correcteurs au brevet des collèges: le premier a 11 de moyenne avec 55 candidats et son collègue n'a que 9,5 de moyenne avec 45 candidats. Quelle est la moyenne générale.

Exercice 2: Les gendarmes ont effectué un contrôle de vitesse sur le bord d'une route nationale.

vitesse	[50;70[	[70;90[	[90;110[	[110;130[
effectif	15	90	35	5

Calculer la vitesse moyenne des automobilistes contrôlés.

Exercice 5: Un sondage effectué auprès de 800 automobilistes a donné les résultats suivants.

dépense mensuelle (en milliers de frances)	Nombre d'automobilistes
[30 ; 70[	62
[70 ; 110[	156
[110 ; 150[	264
[150 ; 190[	148
[190 ; 230[	98
[230 ; 270[	72

a) Construis l'histogramme des effectifs.
b) Détermine le nombre d'automobilistes qui ont dépensé moins de 150 Mille francs.
c) Détermine le nombre d'automobilistes qui ont dépensé au moins 150 Mille francs.

Exercice

Le directeur d'une PME réalise une étude statistique concernant l'ancienneté de ses employés.
La répartition est la suivante

Années d'ancienneté	Effectifs
[0 ; 5 [	33
[5 ; 10 [	25
[10 ; 15 [	12
[15 ; 20 [	5
[20 ; 25 [	5

1) Calcule l'ancienneté moyenne des employés de cette PME.
2) a) Détermine graphiquement l'âge médian.
b) Vérifie le résultat par calcul.
c) Interprète ce résultat.

Exercice

Les employés d’une société se répartissent en fonction de leur durée de travail de la façon suivante

Durée de travail (Heures)	**Effectifs**
[36 ; 39 [	**15**
[39 ; 43 [	**30**
[43 ; 47 [	**20**
[47 ; 50 [	**10**

1) Calcule l’ancienneté moyenne des employés de cette PME.

2) a) Détermine graphiquement l’âge médian.

b) Vérifie le résultat par calcul

c) Interprète ce résultat.

Thème 2 : Modélisation d'un phénomène aléatoire

EXERCICES DÉNOMBREMENT

Exercice 1

Soit E l'ensemble à 12 éléments {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l}.

1. Dénombrer les parties de E à 5 éléments qui contiennent
   a) a et b;
   b) a mais pas b;
   c) b mais pas a;
   d) ni a, ni b.
2. En déduire la relation : $C_{12}^{5} = C_{10}^{3} + 2C_{10}^{4} + C_{10}^{5}$
3. Généraliser le résultat obtenu en prouvant, par un dénombrement, que pour $2 \leq p \leq n$, on a :
   $C_{n}^{p} = C_{n-2}^{p-2} + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p}$
4. Retrouver le résultat précédent en appliquant la formule du triangle de Pascal.

Exercice 2

À leur entrée en L1, les étudiants choisissent une langue (anglais ou allemand) et une option (informatique, chimie ou astronomie). Dans un groupe d'étudiants, 12 étudiants sont inscrits en astronomie, 15 en chimie, 16 étudient l'allemand. Par ailleurs, 8 inscrits en astronomie et 3 inscrits en informatique étudient l'anglais, 6 inscrits en chimie étudient l'allemand.
Indiquer la répartition des étudiants par discipline, ainsi que le nombre total d'étudiants dans le groupe.

Exercice 3

Dans une entreprise, il y a 800 employés. 300 sont des hommes, 352 sont membres d'un syndicat, 424 sont mariés, 188 sont des hommes syndiqués, 166 sont des hommes mariés, 208 sont syndiqués et mariés, 144 sont des hommes mariés syndiqués.
Combien y-a-t-il de femmes célibataires non syndiquées?

Exercice 4

On trace dans un plan *n* droites ($n \geq 3$) en position générale (c'est-à-dire que deux droites ne sont jamais parallèles, et 3 droites ne sont jamais concourantes).
Combien de triangles a-t-on ainsi tracé?

Exercice 5

Une course oppose 20 concurrents, dont Séry.

1. Combien y-a-t-il de podiums possibles?
2. Combien y-a-t-il de podiums possibles où Émile est premier?
3. Combien y-a-t-il de podiums possibles dont Émile fait partie?
4. On souhaite récompenser les 3 premiers en leur offrant un prix identique à chacun.
   Combien y-a-t-il de distributions de récompenses possibles?

Exercice 6

Dans une ville, il y a quatre boulangeries qui ferment un jour par semaine.

1. Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire?
2. Reprendre la même question si plusieurs boulangeries ne peuvent fermer le même jour.
3. Reprendre la même question si chaque jour, il doit y avoir au moins une boulangerie ouverte.

Exercice 7

Dans une pièce, il y a deux tables. La première dispose de 3 chaises, numérotées de 1 à 3, la seconde dispose de 4 chaises, numérotées de 1 à 4. Sept personnes entrent.
Combien y-a-t-il de possibilités de les distribuer autour de ces deux tables?

Exercice 8

Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chacun des chiffres pouvant être un chiffre de 1 à 9.

1.
   a) Combien y-a-t-il de codes possibles?
   b) Combien y-a-t-il de codes se terminant par un chiffre pair?
   c) Combien y-a-t-il de codes contenant au moins un chiffre 4?
   d) Combien y-a-t-il de codes contenant exactement un chiffre 4?
2. Dans cette question on souhaite que le code comporte obligatoirement trois chiffres distincts.
   a) Combien y-a-t-il de codes possibles?
   b) Combien y-a-t-il de codes se terminant par un chiffre impair?
   c) Combien y-a-t-il de codes comprenant le chiffre 6?

Exercice 9

Fred et Émile font partie d'une équipe de 8 joueurs (6 garçons et 2 filles). On décide de former un comité de 3 joueurs.

1. Combien y-a-t-il de comités possibles?
2. Combien y-a-t-il de comités contenant exactement 2 garçons et 1fille?
3. Combien y-a-t-il de comités contenant au moins deux garçons?
4. On veut que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles?
5. On ne veut pas que Fred et Émile soient ensemble dans le comité. Combien y-a-t-il de comités possibles?

Exercice 10

Les trois mousquetaires (donc quatre personnes avec d'Artagnan), ont mélangé leurs bottes dans le couloir de l'auberge. D'Artagnan se lève en premier et prend deux bottes au hasard.

1. Combien de possibilités s'offrent à lui?
2. Combien de choix a-t-il tels que les deux bottes forment une paire (une droite et une gauche quelconques)?
3. Combien de choix a-t-il tels que les deux bottes appartiennent à deux personnes différentes?

Exercice 11

Soit A l'ensemble des nombres à 7 chiffres ne comportant aucun "1". Déterminer le nombre d'éléments des ensembles suivants :

1. A.
2. A1, ensemble des nombres de A ayant 7 chiffres différents.
3. A2, ensemble des nombres pairs de A.
4. A3, ensemble des nombres de A dont les chiffres forment une suite strictement croissante (dans l'ordre où ils sont écrits).

Exercice 12

Dans cet exercice, on attend des réponses qui ne sont pas des valeurs numériques, mais des expressions en termes de factorielles, sous la forme la plus simple possible.

1. Combien y-a-t-il de façons de répartir les 52 cartes d'un jeu entre 4 joueurs N, S, E, O, chacun possédant 13 cartes.
2. Parmi ces façons, combien y-en-a-t-il qui sont telles que chaque joueur n'a qu'une seule couleur (par exemple, N a les 13 piques, S a les 13 cœurs,...)?
3. Combien y-a-t-il de façons que deux joueurs quelconques aient chacun une seule couleur?
4. Combien y-a-t-il de façons que deux partenaires, c'est-à-dire (N, S) ou (E, O), aient chacun une seule couleur, les deux autres partenaires ayant des cartes quelconques.

Exercice 13

Une main au poker est formée de 5 cartes extraites d'un jeu de 52 cartes. Traditionnellement, trèfle, carreau, cœur, pique sont appelées couleurs et les valeurs des cartes sont rangées dans l'ordre : as, roi, dame, valet, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, de la plus forte à la plus faible. Dénombrer les mains suivantes :

1. quinte flush : main formée de 5 cartes consécutives de la même couleur.
2. carré : main contenant 4 cartes de la même valeur (4 as par exemple).
3. full : main formée de 3 cartes de la même valeur et de deux autres cartes de même valeur (par exemple, 3 as et 2 rois).
4. quinte : main formée de 5 cartes consécutives et qui ne sont pas toutes de la même couleur.
5. brelan : main comprenant 3 cartes de même valeur et qui n'est ni un carré, ni un full (par exemple, 3 as, 1 valet, 1 dix).

Exercice 14

On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien de tirages différents peut-on obtenir :

1. sans imposer de contraintes sur les cartes.
2. contenant 5 carreaux ou 5 piques.
3. 2 carreaux et 3 piques.
4. au moins un roi.
5. au plus un roi.
6. 2 rois et 3 piques.

Exercice 15
On souhaite ranger sur une étagère 4 livres de mathématiques (distincts), 6 livres de physique, et 3 de chimie. De combien de façons peut-on effectuer ce rangement :

1. si les livres doivent être groupés par matières.
2. si seuls les livres de mathématiques doivent être groupés.

Exercice 16
Dénombrer les anagrammes des mots suivants : MATHS, RIRE, ANANAS.

Exercice 17
Soit *p* points du plan distincts.

1. Combien de polygones à *n* côtés ($n \leq p$) peut-on réaliser à partir de ces points?
2. On fixe un tel polygone à *n* côtés. Combien de diagonales ce polygone comporte-t-il?

Exercice 18
Soit *n* un entier non nul. On désigne par u_n le nombre de listes de *n* termes, chaque terme étant 0 ou 1, et n'ayant pas deux termes 1 consécutifs.

1. Que vaut u_1? u_2?
2. Démontrer que, pour tout $n \geq 3$, on a $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.
3. Application : un concours comporte vingt questions, numérotées de 1 à 20. On a constaté que, parmi les 17712 personnes ayant participé au concours, aucune n'a répondu juste à deux questions consécutives. Peut-on affirmer que deux candidats au moins ont répondu de la même manière au questionnaire, c'est-à-dire juste aux mêmes questions et faux aux mêmes questions?

Exercice 19
Le disque de l'armée mexicaine est un outil de cryptographie utilisé par l'armée mexicaine au début du XXiè siècle. Il est constitué de 5 disques de diamètres différents, empilés les uns sur les autres, et qui peuvent tourner les uns par rapport aux autres. Chaque disque est partagé en 26 parts. Sur le bord du plus grand disque, on écrit les 26 lettres, de A à Z. Sur le bord du second disque, on écrit les 26 nombres 01,02,…,26. Sur le bord du troisième disque, on écrit 27,…,52, sur le bord du quatrième disque, 53,…78, et enfin sur le bord du plus petit dique, 79,…,99, et 00 (il reste 4 secteurs sans nombre sur le plus petit disque).
On convient alors d'une clé, qui est un mot de 4 lettres, par exemple FRED. On fait alors coïncider alors le plus petit nombre du deuxième disque, à savoir 01, avec la première lettre de la clé, ici F. On fait de même tourner le troisième disque pour faire coïncider son plus petit nombre, 27, en face de la deuxième lettre de la clé, R, et ainsi de suite pour les deux autres disques. Pour chiffrer un message, on remplace alors une lettre par l'un des 3 ou 4 nombres qui lui fait face sur le disque. Avec l'exemple précédent, on pourrait remplacer E par 26, 40, 53 ou 80. Combien-y-a-t-il de clés possibles pour cette méthode de chiffrement?

Exercice 20

Les grilles tournantes, mises au point par le colonel Fleissner, servirent pour une méthode de cryptographie qui fut utilisée par les allemands lors de la Première Guerre Mondiale. Une telle grille est constituée par un carré de côté 6. On divise ce carré en une grille de 36 petits carrés égaux (tous de côté 1), et on ôte 9 de ces carrés. La propriété suivante doit être vérifiée : les trous que l'on obtient avec la grille en position initiale, avec la grille tournée d'un quart de tour, d'un demi-tour ou de trois quart de tour ne se superposent jamais. Ainsi, les 36 positions peuvent être occupées par un trou après éventuellement une rotation de la grille d'un quart, d'un demi ou de trois-quarts de tour.

1. Combien peut-on fabriquer de telles grilles?
2. Pour quelles valeurs de *n* peut-on fabriquer une grille de Fleissner de côté *n*? Combien de telles grilles peut-on alors fabriquer?

EXERCICES PROBABILITÉS

Vocabulaire des probabilités

Exercice n°1.

Dans chacune de situations décrites ci-dessous, énoncer l'événement contraire de l'événement donné.

1) Dans une classe, on choisit deux élèves au hasard. A : « Les deux élèves sont des filles».
2) Dans un groupe de suisses et de belges, on discute avec une personne. B : « La personne est un homme belge».
3) Au restaurant, Luc prend un plat et un dessert. C : « Luc prend une viande et une glace».
4) A une loterie, Elise achète 3billets.

D : « L'un des billets au moins est gagnant » , E : « Deux billets au maximum sont gagnants.

Exercice n°2.

Une urne contient des boules blanches, noires et rouges. On tire une boule de l'urne. On note : A : « Tirer une boule blanche ».

B : « Tirer une boule ni blanche ni rouge ».

C : Tirer une boule noire ou une boule rouge ».

1) A et B sont-ils incompatibles?
2) B et C sont-ils incompatibles?
3) Traduire par une phrase ne comportant pas de négation *A* et *B*.

Exercice n°3.

Lors d'un jet de deux dés cubiques, on s'intéresse aux événements suivants : A : « La somme obtenue est au moins égale à 5 ».

B : « La somme obtenue est au plus égale à 5 ».

C : « La somme obtenue est strictement inférieure à 3 ».

1) A et B sont-ils contraires?
2) *B* et C sont-ils incompatibles?
3) Traduire par une phrase *C*.
4) A et *C* sont-ils incompatibles?

Dénombrements simples et probabilités - équiprobabilité

Exercice n°4.

On choisit une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note : A l'événement : "La carte choisie est un pique".

B l'événement : "La carte choisie est rouge (cœur ou carreau)".

C l'événement : "La carte choisie est une figure (valet, dame, roi)".

1) Présenter un modèle mathématique décrivant l'expérience aléatoire.
2) Déterminer les probabilités des évènements A,B,C,A□B,B□C,A□B,A□C.
3) Déterminer la probabilité de l'événement D "La carte choisie n'est ni un pique ni une figure".

Exercice n°5.

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite.

1) Donner la liste de tous les résultats possibles en notant P pour Pile et F pour Face (exemple :PPF).
2) Donner la probabilité des événements suivants : A « le tirage ne comporte que des Piles».

B « le tirage comporte au moins une fois Face ».

Exercice n°6.

Dans une assemblée de 250 personnes, on ne remarque que les hommes portant la cravate ou ayant les yeux bleus. Il y a 120 hommes qui portent la cravate, 85 hommes qui ont les yeux bleus, dont 50 portent la cravate.

On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.

1) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant la cravate.
2) Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus et portant la cravate.
3) Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus ou portant la cravate.

Quelle est la probabilité de discuter avec une personne qui n'est ni un homme aux yeux bleus, ni un homme portant la cravate?

Exercice n°7.

Lors d'un référendum, deux questions étaient posées.

65 % des personnes ont répondu « oui » à la première question, 51 % ont répondu « oui » à la seconde question, et 46 % ont répondu « oui » aux deux questions.

Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « oui » à l'une ou l'autre des questions?

Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « non » aux deux questions?

Autres situations

Exercice n°8.

On lance un dé à 6 faces. On note pi la probabilité de sortie de la face marquée i . Ce dé est truqué de telle sorte que les probabilités de sortie des faces sont :

p1 = 0,1 ;

p2 = 0, 2 ;

p3 = 0,3 ;

p4 = 0,1 ;

p5 =0,15 .

Quelle est la probabilité de sortie de la face marquée 6 ? Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Exercice n°9.

On lance un dé à 6 faces. On suppose que la probabilité d'apparition de chaque face est proportionnelle au numéro inscrit sur elle.

Calculer la probabilité d'apparition de chaque face. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

Arbre pondéré

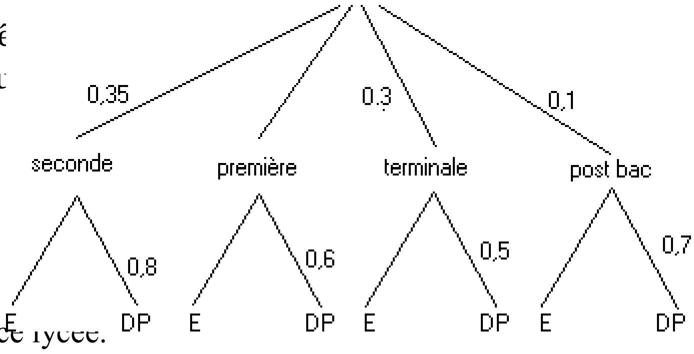
Exercice n°10.

Dans un lycée, quel que soit le niveau, un élève peut é

L'arbre ci-contre indique la répartition selon le niveau

demi-pensionnaire)

Recopier et compléter cet arbre.



a) Déterminer le pourcentage d'élèves externes dans ce lycée.

b) Déterminer la part des Terminales parmi les externes.

Probabilité conditionnelles.

Exercice n°11.

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope. La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.

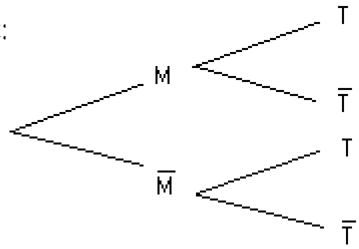
La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

Quelle est la probabilité pour qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope?

Quelle est la probabilité pour qu'il achète un magnétoscope?

Le client achète un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur?

Compléter l'arbre de probabilité suivant:



Exercice n°12.

On dispose de deux urnes u1 et u2 . L'urne u1 contient trois boules blanches et une boule noire. L'urne u2 contient une boule blanche et deux boules noires. On lance un dé non truqué. Si le dé donne un numéro d inférieur ou égal à 2, on tire

une boule dans l'urne toucher)

1 . Sinon on tire une boule dans l'urne u2 . (On suppose que les boules sont indiscernables au

Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.

On a tiré une boule blanche. Calculer le probabilité qu'elle provienne de l'urne u_1 .

Exercice n°13.

Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie contagieuse. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y avait un malade sur douze parmi les vaccinés.

Démontrer que la probabilité de tomber malade est égale à548

Quelle était la probabilité de tomber malade pour un individu non-vacciné?

Le vaccin est-il efficace?

Variable aléatoire

Exercice n°14.

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule

Si elle est rouge, il gagne 10 € , si elle est jaune, il perd 5 €, si elle est verte, il tire une deuxième boule de l'urne sans avoir replacé la première boule tirée. Si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 €, sinon il perd 4 €.

Construire un arbre pondéré représentant l'ensemble des éventualités de ce jeu.

Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur (une perte est comptée négativement).

Etablir la loi de probabilité de la variable X

Calculer l'espérance de X

Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de X soit nulle.

Exercice n°15.

On considère un dé rouge et un dé vert, cubiques, équilibrés.

Le dé rouge comporte : deux faces numérotées -1 ; deux faces numérotées 0 ; -deux faces numérotées 1. Le dé vert comporte : une face numérotée 0;trois faces numérotées 1;deux faces numérotées 2.

On lance simultanément les deux dés. On note X la somme des points obtenus.

Déterminer la loi de probabilité de X.

Définir F, fonction de répartition de X et construire sa représentation graphique

Evénements indépendants

Exercice n°16.

Le tableau suivant donne la répartition de 150 stagiaires en fonction de la langue choisie et de l'activité sportive choisie. On choisit un élève au hasard.

	Tennis	Equitation	Voile
Anglais	45	18	27
Allemand	33	9	18

Les événements « étudier l'allemand » et « pratiquer le tennis » sont-ils indépendants?

Les événements « étudier l'anglais » et « pratiquer la voile » sont-ils indépendants?

Loi Binomiale

Exercice n°17.

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales et langue vivante. Nous savons de plus que : 37% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.

25% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité langue vivante.

21% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat.

32,5% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité SES et ont obtenu le baccalauréat. De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5% ont obtenu le baccalauréat. On interroge un candidat pris au hasard. On note :

M l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;

S l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ; L l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;

R l'événement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».

On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions. Les résultats seront arrondis au millième.

Traduire en termes de probabilités les informations numériques données ci-dessus.

a) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de SES.

b) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi aux épreuves du baccalauréat.

4) Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?

1) Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?

2) Démontrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est71,6%.

3) On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.

a) Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu?

b) Quelle est la probabilité que deux candidats sur trois exactement soient reçus?

Exercice n°18.

On utilise deux pièces de monnaie : l'une pipée, de sorte que lorsqu'on la lance, la probabilité d'obtenir pile soit1/ 4 ; l'autre normale dont la probabilité d'obtenir pile est 1/ 2 à chaque lancer.

1) On prend une pièce au hasard (chacune des deux pièces a une probabilité 1/ 2 d'être prise)

   a) Quelle est la probabilité d'obtenir pile?
   b) On a obtenu pile : quelle est la probabilité d'avoir utilisé la pièce pipée.
   c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile en faisant trois lancers avec la pièce choisie?

2) Trois fois on choisit l'une des pièces au hasard qu'on lance (chacune des deux pièces a donc à chaque fois une probabilité 1/ 2 d'être lancée) : déterminer la probabilité d'obtenir au moins

une fois pile

3) On lance les deux pièces ensembles : quelle est la probabilité d'obtenir le même résultat pour les deux pièces?

Exercice n°19.

On sélectionne les candidats à un jeu télévisé en les faisant répondre à dix questions. Ils devront choisir, pour chacune des questions, parmi quatre affirmations, celle qui est exacte. Un candidat se présente et répond à toutes les questions *au hasard*. On appelle X la variable aléatoire désignant le nombre de réponses exactes données par ce candidat à l'issue du questionnaire.

1) Quelle est la loi de probabilité de X?
2) Calculer la probabilité pour qu'il fournisse au moins 8 bonnes réponses, et soit ainsi sélectionné.

Exercice n°20.

Une urne contient 3 pièces équilibrées. Deux d'entre elles sont normales : elles possèdent un côté « Pile » et un côté « Face ». La troisième est truquée et possède deux côtés « Face».

On prend une pièce au hasard dans l'urne et on effectue de manière indépendante des lancers successifs de cette pièce. On considère les évènements suivants:

B : la pièce prise est normale. B : la pièce prise est truquée.

P : on obtient « Pile » au premier lancer. F_n : on obtient « Face » pour les n premiers lancers.

1) a) Quelle est la probabilité de l'évènement B?

b) Quelle est la probabilité de l'évènement P sachant que B est réalisé ?

2) Calculer la probabilité de l'événement P □B , puis de l'évènement P □B . En déduire la probabilité de l'évènement P.

3) Calculer la probabilité de l'évènement En déduire la probabilité de l'évènement

Exercice n°21.

Un sondage est effectué dans un conservatoire de musique.

60 % des élèves pratiquent un instrument à cordes (C) . 45 % des élèves pratiquent un instrument à vent (V) 10 % des élèves pratiquent un instrument à cordes et vent.

1) On choisit un élève au hasard dans le conservatoire.
   a) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique au moins un des instruments considérés»
   b) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique un et un seul des instruments considérés»
2) On choisit au hasard un élève pratiquant un instrument C. Quelle est la probabilité pour que cet élève pratique un instrument V ?
3) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On choisit au hasard n élèves. On suppose que le nombre d'élèves du conservatoire est suffisamment grand pour que la probabilité de rencontrer un instrumentiste du type donné soit constante au cours du sondage.
   a) Quelle est la probabilité p_n qu'au moins un des élèves choisis pratique un instrument C ?
   b) Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n \geq 0,999$

Dénombrements et probabilités

<u>Exercice n°22.</u>

Une urne contient 10 bulletins indiscernables au toucher, de 3 sortes : 4 sont marqués « oui », 3 sont marqués « non » et 3 sont marqués « blanc ».
Un joueur tire simultanément deux bulletins de l'urne. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un tirage de deux bulletins de sortes différentes.

<u>Exercice n°23.</u>

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré. Calculer les probabilités:

a) De ne tirer que 3 jetons verts;
b) De ne tirer aucun jeton vert
c) De tirer au plus 2 jetons verts;
d) De tirer exactement 1 jeton vert.

2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

COMPETENCE 3

Thème 1 : Géométrie du plan
Thème 2 : Géométrie de l'espace
Thème 3 : Transformations du plan

Géométrie du plan

Exercice 1

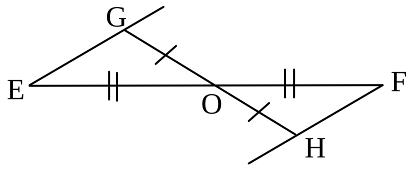
MNP est un triangle rectangle en M. On note O le milieu du segment[NP].
1) Construis le symétrique Q du point M par rapport à O.
2) Démontre que les droites (NQ) et (PQ) sont perpendiculaires.

Exercice 2

1) Construis un segment[AB] de longueur 6 cm.
2) Construis le cercle (C) de centre A et de rayon 4 cm.
3) Construis le symétrique (C_1) de (C) par rapport au point B.
4) Détermine le rayon du cercle (C_1).

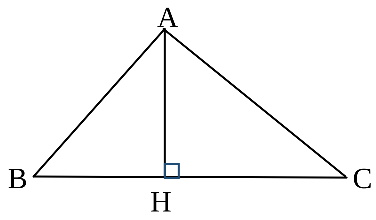
Exercice 3

Dans la figure codée ci-contre,
mes$\widehat{GEO} = 30°$.
Donne la mesure de l'angle $\widehat{EFH}$.
Justifie ta réponse.



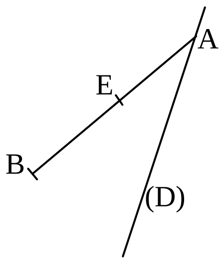
Exercice 4

(AH) est une hauteur du triangle ABC.
a) Construis les points E et P symétriques respectifs
des points B et H par rapport à la droite (AC).
b) Justifie que la droite (AP) est une hauteur du triangle AEC.



Exercice 5

1) A l'aide de la règle graduée et de l'équerre, Construis le symétrique C du point B par rapport à la droite (D).
2) A l'aide du compas, construis le symétrique F de E par rapport à la droite (D).
3) La droite (BF) coupe (D) en I.
Justifie que les points C, I et E sont alignés.



Exercice 7

ABC est un triangle tel que AB = 9 cm, AC = 12 cm et BC = 15 cm. M est le milieu de [BC].

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.

2) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

3) En déduire la longueur MA.

4) Calculer une mesure de l'angle ACB \.

5) Tracer le cercle de diamètre [AB]. Il recoupe [BC] en D et [MA] en E.

6) Démontrer que les droites (AD) et (BE) sont deux hauteurs du triangle AMB.

Exercice 8

Soit (C) un cercle de diamètre [AB] avec AB = 8 cm et de centre O.

C est un point de ce cercle tel que : AC = 5 cm.

Soit (C') le cercle de centre A passant par C. (C') recoupe (C) en D.

La droite (AC) coupe (C') en E. La droite (OC) coupe (C) en F.

1) Faire une figure.

2) Justifie que représente la droite (BC) est une tangente au cercle (C').

3) Justifie que les points E, D et F sont alignés.

Les transformations pour <u>démontrer</u>, pour <u>construire</u>, pour déterminer un <u>lieu géométrique</u>.

Exercice 6

On considère les 9 premières lettres de l'alphabet en capitale d'imprimerie.

A B C D E F G H I

Range-les dans le tableau ci-dessous.

Aucun axe de symétrie	Un seul axe de symétrie	Deux axes de symétrie

Exercice 7

1) Construis un parallélogramme PQRS de centre O.

2) Complète cette figure en utilisant le tableau de correspondance ci-contre.

3) Complète en justifiant, le tableau ci-dessous.

	$\xrightarrow{t_{\overrightarrow{SO}}}$	
P		P'
Q		Q'
R		R'
S		S'

	$\xrightarrow{S_O}$	
P		
Q		
R		
S		

Exercice 8

ABCD est un parallélogramme. I est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

J l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

Démontre que les points I, J, C et D sont alignés.

Exercice 9

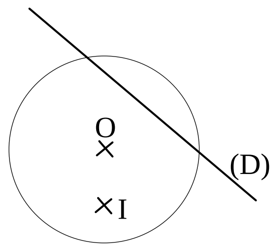
PQRS est un carré de centre I.

Complète le tableau ci-dessous par vrai ou faux.

Affirmation	Réponse
$S_{(SQ)}(P) = I$	
$S_{(SQ)}(P) = Q$	
$S_{(SQ)}(P) = R$	
$S_{(PR)}(SR) = (SQ)$	
$S_{(PR)}(SR) = (PQ)$	
$S_{(PR)}(SR) = (RQ)$	

Exercice 10

On donne un cercle (C) de centre O. Une droite (D) sécante à (C) et un point intérieur à (C).
Construis un point A de (C) et un point B de (D) tels que I soit le milieu du segment [AB]



Exercice 11

ABC est un triangle. Les points A' et B' sont les milieux respectifs de [BC] et[AC]. Les droites (AA') et (BB') se coupent au point G.

a) Détermine l'image de A' par l'homothétie de centre A et de rapport$\frac{2}{3}$.

b) Détermine l'image de G par l'homothétie de centre B et de rapport$\frac{3}{2}$.

c) En utilisant seulement la règle, construis le point C', image de C par l'homothétie de centre G et de rapport $-\frac{1}{2}$.

Exercice 12

ABC est un triangle équilatéral. r est la rotation de centre A qui applique B sur C.

a) Construis, uniquement au compas, le point D image du point C par r. Justifie ta construction.

b) Construis le point E, image de D par r.

c) Détermine la nature de chacun des quadrilatères ABCD et BCDE.

Exercice 13

Soit h l'homothétie de centre O et de rapport -2, h' l'homothétie de centre O' et de rapport $-\frac{1}{2}$.
Détermine $h' \circ h$ et $h \circ h'$.

Exercice 14

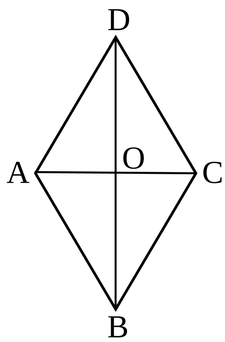
MNP est un triangle équilatéral de centre O et de sens direct.
On note r_1 la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et r_2 la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
a) Construis l'image M' du point M par$r_2 \circ r_1$.
b) Démontre que M, O et M' sont alignés.

Exercice 15

ABC est un triangle. Soit h et h' les homothétie de centres respectifs B et C, de rapports respectifs 2 et $-\frac{1}{3}$.
1) Démontre que :$h' \circ h$ est une homothétie dont on précisera le rapport.
2) Construis l'image du point A par $h' \circ h$. Déduis-en une détermination du centre de $h' \circ h$.

Exercice 16

ABCD est un losange de centre O tel que ABC soit équilatéral.
Détermine la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :
1.$t_{\overrightarrow{AB}} \circ t_{\overrightarrow{AD}}$
2. $t_{\overrightarrow{BC}} \circ t_{\overrightarrow{AD}}$
3.$S_{(AB)} \circ S_{(DC)}$
4. $S_{(AC)} \circ S_{(AD)}$



Exercice 17

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).
On donne les points A, B, C, D et E d'affixe respectives : $z_A = -1 + i$; $z_B = 2 - i$;
$z_C = 4 + 2i$, $z_D = 1 + 4i$ et $z_E = -2 + 6i$
1. Place les points A, B, C, D et E
2. Soit S la similitude directe telle que S(B)=C et S(D)=E.
  a) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = (1 + i)z + 1 + i$.
  b) Détermine l'affixe de S(A).
  c) Donne les éléments caractéristiques de S.
3. On note F et K les points tels que S(C)=F et S(K)=D
  a) Détermine les affixes de F et K
  b) Détermine la nature du quadrilatère ACFE

Exercice 18

ABCD est un quadrilatère convexe de sens direct.

On construit les points I, J, K et L tels que les triangles AIB, BCJ, CKD et DAL soient équilatéraux de sens direct.

1) Fais une figure

2) Démontre que IJKL est un parallélogramme.

Exercice 19

ABCD est un carré de sens direct et (Δ) la médiatrice de $[BC]$.

Détermine la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f telle que :

$f = S_{(\Delta)} \circ t_{\overrightarrow{AC}}$.

Exercice 20

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que :

$(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$.

1) Soit f la similitude directe de centre A qui envoie B sur C.
   Détermine l'angle et le rapport de *f*.

2) Soit g la similitude indirecte de centre A qui envoie C sur B.

a) Détermine le rapport de g.

b) Détermine l'axe Δ de g.

c) Soit D le point défini par : $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Démontre que g(B) = D et Déduis-en que [BD) est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{ABC}$.

3) a) Démontre que *f*og est une symétrie axiale et précise son axe.

b) On pose D' = *f*(D). Démontre que D' est le symétrique de B par rapport à A.

4) La bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{CAD'}$ coupe la droite (CD') en un point J.

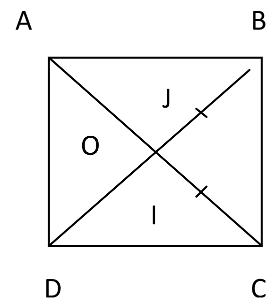
Soit J le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Détermine *f*(J).

Autres exercices

FICHE 1 : Définition et propriétés des rotations

Exercice 1

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré de centre O et de sens indirect. I est le milieu de [OC] et J est le milieu de [OB].
Détermine l'image de la droite (DI) par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.



Exercice 2

On considère un carré ABCD de centre E tel que :

- la mesure du côté du carré est égal à $\sqrt{2}$;
- Mes$(\widehat{AB, AD})$=$\frac{\pi}{2}$;
- F est un point de [BC] tel que BF = 1.

Détermine le centre et l'angle orienté de la rotation qui applique A sur B et E sur F.

Exercice 3

On donne deux points A et B.
Construis le centre O de la rotation d'angle orienté $\frac{\pi}{6}$ qui applique A sur B.

Exercice 4

ABCD est un rectangle.
Determine $s_{(AB)}$ o $s_{(AC)}$ et $s_{(AD)}$ o $s_{(DC)}$.

Exercice 5

ACB est un triangle équilatéral direct. Déterminer la droite (D) dans les cas suivants :

a) r (A, $\frac{\pi}{3}$)=$S_{(D)}$ o $S_{(AB)}$.b)r (O, $\frac{2\pi}{3}$)=$S_{(OA)}$ o $S_{(D)}$.c) r (A, $\frac{\pi}{3}$)=$S_{(OA)}$ o $S_{(D)}$.

Exercice 6

ABCD est un carré. On désigne par (Δ) et (Δ') les médiatrices respectives des segments [AB] et [BC].
Détermine les images respectives des points A, B, C et D par la transformation :$s_{(\Delta)} 0\ s_{(\Delta')}$.

Exercice 7

ABC et AB'C' sont deux triangles équilatéraux de sens direct.
Démontre que BB'=CC' et détermine une mesure de l'angle $(\widehat{\mathrm{BB}', \mathrm{CC}'})$.

Exercice 8
ABCD est un carré de centre O et de sens direct. On considère les rotations suivantes :
$r_1(A,\frac{\pi}{2})$; $r_2(B,\frac{\pi}{2})$=), $r_3(O,-\frac{\pi}{2})$.
1-Détermine $r_1 o r_2(C)$. Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de $r_1 o r_2$.
2-Détermine $r_3 o r_2(C)$. Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de $r_3 o r_2$.
3-Détermine la nature et les éléments caractéristiques de $r_3 o r_1$.

Exercice 9
ABC est un triangle équilatéral de sens direct. On pose f = r $(A;\frac{\pi}{3})0r(B ;\frac{\pi}{3})0r(C ;\frac{\pi}{3})$.

Détermine la nature et les éléments caractéristiques de f.

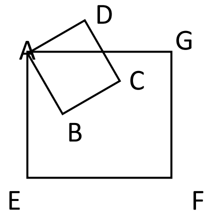
Exercice 10.
ABC est un triangle équilatéral de centre O de sens direct.

1. Démontre que :$s_{(OA)}0s_{(OB)}= s_{(OB)}0s_{(OC)}$
2. Détermine les éléments caractéristique de la transformation :$s_{(OA)}0s_{(OB)}0s_{(OC)}$.
3. Détermine la nature et les éléments caractéristiques des transformations$s_{(AB)}0s_{(Ac)}$
   et $s_{(BC)}0s_{(OA)}$.

FICHE 2 : Utilisation d'une rotation pour démontrer une propriété

Exercice 11

ABCD et AEFG sont deux carrés de sens direct.
Démontre que les droites (BE) et (DG) sont perpendiculaires.



Exercice 12

OAB et OA'B' sont deux triangles équilatéraux tels que OA=OA' et
Mes$(\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}})$= Mes$(\widehat{\vec{OA'}, \vec{OB'}})$= $\frac{\pi}{3}$

On appelle C le point tel que OBCA' soit un parallélogramme.
Démontre que ACB' est un triangle équilatéral.

Exercice 13

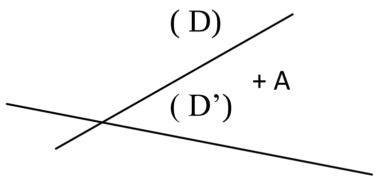
Sur la figure ci-contre, ABCD et AEFG sont deux carrés de sens direct. On note r la quart de tour de centre A.

Démontre que BE= DG et détermine une mesure de l'angle $(\widehat{\vec{BE}; \vec{DG}})$.

FICHE 3 :Utilisation d’une rotation pour construire

Exercice 14

Construis le point B sur (D) et le point C sur (D’) de telle sorte que le triangle ABC soit équilatéral.



Exercice 15

(D), (D’) et (D’’) sont des droites parallèles. Construis M sur (D), N sur (D’) et Q sur (D’’) tels que le triangle MNQ soit équilatéral.

Exercice 16

On donne un cercle (C), une droite (D) et un point A.

Construis un pont M sur (C) et un point N sur (D) tel que le triangle MNA soit équilatéral.

FICHE 4 : Utilisation d'une rotation pour rechercher un lieu géométrique

Exercice 17
(D) est une droite, A est un point fixe. M est un point de (D). On construit N tel que MAN soit un triangle rectangle isocèle direct en A.
Trouve le lieu des points N lorsque M décrit (D).

Exercice 18
Dans le plan orienté, on donne un point O et une droite (L). ABCD est un carré de centre O.
Etudie les lieux de B, C et D lorsque le point A décrit (L).

Exercice 19
On donne une droite (D) et un point A. M est un point de (D). (C) est le cercle de centre A qui passe par M et (C') le cercle de centre M qui passe par A.
Détermine le lieu des points d'intersection des cercles (C) et (C') lorsque M décrit (D).

Exercice 20
Soit OAB un triangle rectangle isocèle direct de sommet O.
Pour tout point M du segment [AB], on désigne respectivement par P et Q les projetés orthogonaux de M sur (OA) et sur (OB) et par R et S les sommets du carré de diagonale [PQ] (PRQS étant de sens direct).
Détermine le lieu géométrique de I, milieu de [PQ], puis celui de S lorsque le point M décrit [AB].

Exercice 21
(C) est un cercle, A et B deux points distincts et non diamétralement opposés de (C).
A tout point M du grand arc $\overset{\frown}{AB}$, privé du point B, on associe le point N de la demi-droite [BM) tel que : AM=BN

1- Démontre que le point N est l'image de M par la composée d'une translation et d'une rotation que l'on précisera.
2- Détermine le lieu de N lorsque M décrit l'arc $\overset{\frown}{AB}$, privé de B.

Exercice 22
(C) est un cercle, A et B sont deux points extérieurs à (C), M est un point de (C). Soit ABMP un parallélogramme et Q le point tel que le triangle APQ soit équilatéral direct.
Détermine le lieu de Q lorsque M décrit (C).

FICHE 5 : Définition et propriétés des similitudes directes

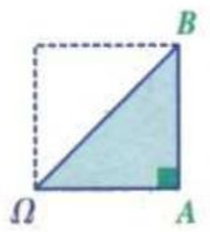
Exercice 23

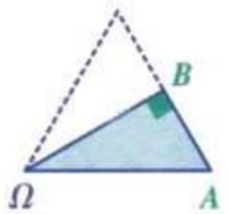
Place deux points distincts O et A et construis à la règle et au compas l'image de A par chacune des similitudes directes suivantes, toutes de centre O.

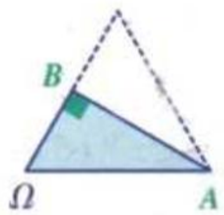
1. angle $\frac{3\pi}{4}$ et rapport $\sqrt{2}$; 2. angle $-\frac{\pi}{6}$ et rapport $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
3. angle $\frac{2\pi}{3}$ et rapport $\frac{1}{2}$; 4. angle $-\frac{\pi}{2}$ et rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 24

Donne l'angle et le rapport de chacune des similitudes directes de centre Ω qui transforme A en B puis B en A.



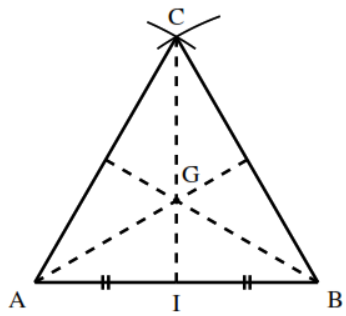




Exercice 25

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral direct de centre de gravité G. I est le milieu de $[AB]$.
Pour chacune des similitudes directes suivantes, précise son rapport et son angle.

1. s_1 a pour centre B et $s_1(I) = C$.
2. s_2 a pour centre I et $s_2(A) = C$.
3. s_3 a pour centre A et $s_3(G) = C$.



Exercice 26

ABCD est un carré de sens direct de centre O et I est le milieu de $[AB]$.
Pour chacune des similitudes directes suivantes, précise son rapport et son angle.

1. s_1 a pour centre C et $s_1(A) = B$.
2. s_2 a pour centre O et $s_2(I) = C$.

Exercice 27

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A tel que$Mes(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$.
Détermine le centre, le rapport et l'angle de la similitude directe qui transforme A en B et B en C.

Exercice 28

Dans chacun des cas suivants, détermine l'écriture complexe de la similitude directe de centre Ω d'affixe ω, de rapport k et d'angle θ.

a) $\omega = 1 + i$; k= 2 ; $\theta = \frac{\pi}{2}$

b) $\omega = 0$; k= $\sqrt{3}$; $\theta = \frac{\pi}{3}$

c) $\omega = 1 - 2i$; k= $2\sqrt{2}$; $\theta = -\frac{\pi}{4}$

Exercice 29

Dans chacun des cas suivants, étudie la transformation géométrique et précise les éléments géométriques qui la caractérise.

1. $z' = z + 2 + i$ 2. $z' = -z + 2i$3. $z' = 3z - 2$ 4. $z' = \frac{1}{i}z$

5. $z' = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}z$ 6. $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)z$7. $z' - i = (\sqrt{3} + i)(z - i)$ 8. $z' = -2iz + 5$

Exercice 30

Détermine les caractéristiques de la similitude directe suivante, d'écriture complexe :

$$z' = (1 - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}z + i$$

Exercice 31

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, A' et B' d'affixes respectives $2 - i$, $-1 + 2i$, 1 et $1 + 6i$.

Détermine le centre, le rapport et l'angle de la similitude directe transformant A en A' et B en B'.

FICHE 6 :Utilisation d'une similitude directe pour démontrer une propriété

Exercice 32 (Théorème de Ptolémée)

ABCD est un quadrilatère convexe.

1. Soit s la similitude directe de centre B, qui transforme D en C et E l'image de A par s.
   Démontre que les triangles BAD et BEC sont semblables d'une part, BAE et BDC d'autre part, sont semblables.
2. Démontre que : $AB \times CD + AD \times BC \geq AC \times BD$.
3. Démontre que le quadrilatère ABCD est inscriptible si et seulement si :
   $AB \times CD + AD \times BC = AC \times BD$.

Exercice 33 (Les rectangles d'or)

ABCD est un rectangle de sens direct tel que :$BC = kAB (k > 0)$. On construit à l'extérieur de ce rectangle le carré BIJC.

1. Détermine le nombre réel k pour que les droites (AC) et (DI) soient perpendiculaires.
   Dans la suite du problème, on prendra :$k = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
2. On désigne par Ω le point d'intersection des droites (AC) et (DI).
   Démontre qu'il existe une similitude directe s de centre Ω telle que les points A, B, C et D ont pour images respectives par s les points I, J, D et A.

3. On désigne par I’ le point d’intersection des droites (AC) et (IJ), et J’ le point tel que I’J’AI soit un rectangle.
   a) Démontre que I’J’AI est l’image par s du rectangle IJD’A.
   b)Démontre que I’J’DJ est un carré.

Exercice 34

ABCD est un quadrilatère convexe de sens direct. On construit extérieurement aux côtés de ce quadrilatère les carrées AMNB, BPQC, CRSD et DUTA, de centres respectifs $O_1, O_2, O_3\ et\ O_4.$

1. Soit S_D la similitude directe de centre D, de rapport $\sqrt{2}$ et d’angle $-\frac{\pi}{4}$, S_B la similitude directe de centre B, de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et d’angle $-\frac{\pi}{4}$.
   Démontre que l’image par $S_B 0\ S_D$ de O_3 est O_2.
2. Soit S'_D la similitude directe de centre D, de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et d’angle $-\frac{\pi}{4}$, S'_B la similitude directe de centre B, de rapport $\sqrt{2}$ et d’angle $-\frac{\pi}{4}$.
   Démontre que l’image par $S'_D 0\ S'_B$ de O_1 est O_4.
3. a) Démontre que : $S_B 0\ S_D = S'_D 0\ S'_B$.
   b) Déduis-en que les segments $[O_1 O_3]$ et $[O_2 O_4]$ ont des supports perpendiculaires et ont la même longueur.

FICHE 7 :Utilisation d'une similitude directe pour construire

Exercice 35

Soit (Δ_1) et (Δ_2) deux droites disjointes et A un point n'appartenant ni à(Δ_1), ni à (Δ_2).
Construis un carré ABCD tel que : $B \in (\Delta_1)$ et $C \in (\Delta_2)$.

FICHE 8 :Utilisation d'une similitude directe pour rechercher un lieu géométrique

Exercice 39

Soit A un point donné du plan orienté ; soit (C) un cercle donné de centre I. B est un point variable qui décrit le cercle (C). On construit le point D tel que le triangle ABD est rectangle en D et $Mes(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{3}$.
Détermine et construis le lieu des points D, lorsque B décrit le cercle (C).

Exercice 40

ABCD est un carré, M est un point de la droite (DC) et la perpendiculaire en A à la droite (AM) coupe la droite (BC) en N.

1. Démontre que le triangle AMN est rectangle isocèle.
2. Détermine le lieu géométrique du milieu I du segment $[MN]$, lorsque M décrit (DC).

Exercice 41

Soit (C) un cercle de centre I et A un point de (C). M étant un point de (C), on désigne par AMNP le carré de centre direct.
Détermine le lieu géométrique du centre K de ce carré lorsque M décrit le cercle (C).

Exercice 42

ABCD est un carré de sens direct et de centre I. Soit M un point de la demi-droite $[CB)$ distinct de B et C. La perpendiculaire en A à (AM) coupe la droite (DC) en P, et Q est le milieu du segment $[MP]$.
Détermine le lieu de Q lorsque M décrit la demi-droite $[CB)$ privée de B et C.

FICHE 9 : Problèmes

Problème1

On considère un carré ABCD tel que : $mes(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.On note r la rotation de centre A et d'angle orienté $\frac{\pi}{2}$.

1. Précise les images par *r* des droites (AB) et (BC).
2. Soit P le point tel que :$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ La droite (AP) coupe (CD) en Q. La perpendiculaire à (AP) menée par A coupe (BC) en K et (CD) en S.
   a) Donne les images par *r* des droites (AP) et (AK).
   b) Justifie que $r(K) = Q$ et $r(P) = S$.
   c) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[KP]$ et $[QS]$.
   Justifie que le triangle AIJ est rectangle isocèle.
3. Démontre que les droites (PS) et (QK) sont perpendiculaires.

Problème 2

On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que :
$mes(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.On désigne par :

- I le milieu de $[BC]$;
- (Δ) la droite perpendiculaire à (BC) passant par C ;
- K le point d'intersection de (Δ) et (AB) ;
- J le milieu de $[KC]$.

1. Fais une figure.
2. Soit *r* la rotation de centre A et d'angle orienté$\frac{\pi}{2}$.
   a) Détermine $r(B), r((AC)) et\ r((BC))$.
   b) Déduis –en $r(C)\ et\ r(I)$.
3. On désigne par (Γ) le cercle circonscrit au triangle ABC.
   Détermine l'image (Γ′)de (Γ) par la rotation *r* puis détermine (Γ) ∩ (Γ′).
4. Soit M un point du plan tel que : $mes(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}) \equiv \frac{5\pi}{4}[2\pi]$.
   a) Détermine l'ensemble des points M.
   b) On pose $r(M) = M'$;détermine l'ensemble des points M'lorsque M varie.
   c) Justifie que (BM)⊥(CM') et que IM = JM'.

Problème 3

On considère un carré ABCD de centre O tel que : $mes(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$.

On note r la rotation de centre O et d'angle orienté $\frac{\pi}{2}$.

1. a) Fais une figure.
   b) Justifie que :$r(D) = A\ et\ r(C) = D$.
   c) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de $r\ 0\ r$.
   d) Déduis que $r(A) = B$.
2. Soit M un point du segment $[AD]$ distinct de A et D.La perpendiculaire à la droite (MC) passant par D coupe le segment $[AB]$ en un point N.
   a) Détermine les images du segment $[AD]$ et de la droite (MC) par la rotation *r*.
   b) Déduis-en que $r(M) = N$.
   c) Déduis des questions précédentes que CM = DN et (CM)⊥(DN).
3. On désigne par (Γ) le cercle de centre O et passant par A ; la demi-droite $[CM)$ recoupe le cercle (Γ)en E. Soit F le point de la demi-droite $[DN)$ tel que DF = CE.
   a) Justifie que $r(E) = F$.
   b) Détermine l'image de (Γ) par la rotation *r*.
   c) Déduis-en l'ensemble des points F lorsque M varie sur le segment $[AD]$.

Problème 4

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que : $mes(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle orienté $\frac{\pi}{2}$. Soient $D = r(C)\ et\ E = r^{-1}(B)$.

On désigne par I le milieu du segment $[CD]$.

1. a) Justifie qu'il existe un unique déplacement *f* tel que $f(A) = D$ et $f(C) = A$.
   b) Précise la nature et les éléments caractéristiques de *f*.
2. Soit $g = f\ 0\ r$.
   a) Justifie que g est une translation.
   b) Soit $F = g(E)$. Justifie que $f(B) = F$ et déduis-en la nature du triangle BIF.
   c) Justifie que les points C, A et F sont alignés.
3. Soit $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I)$ où $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.
   a) Justifie qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que $\varphi(C) = D$ et $\varphi(I) = G$.
   b) Justifie que φ est une symétrie glissée dont on précisera le vecteur et l'axe.

Problème 5

ABCD et AEFG sont des carrés de sens directs. (***Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (BE), (CF) et (DG) sont concourants).***

1- En utilisant la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$, démontre que les droites (BE) et (DG) sont perpendiculaires et que BE=DG.

2- On désigne par I le point d'intersection de la droite (BE) et (DG), H le projeté orthogonal de A sur la droite (BE) et K le projeté orthogonal de A sur la droite (DG).

a) Démontre que : r(H) = K.

b) Déduis-en que AHIK est un carré.

3- Soit f la similitude directe de centre A qui transforme B en C.

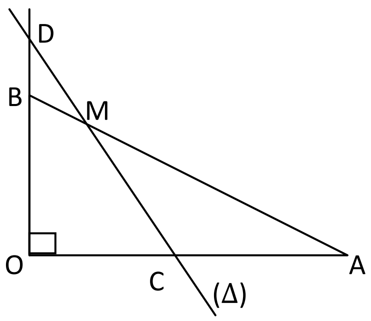
a) Détermine le rapport et l'angle de f.

b) Détermine f(E) et f(H).

c) Conclus.

Problème 6

On considère le triangle AOB, rectangle en O. Soit M un point de [AB]. Une droite (Δ) passant par M coupe (OA) en C et (OB) en D.

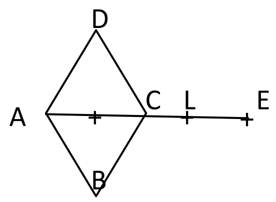


Soit (C_1) le cercle de centre O_1, circonscrit au triangle MCA, et (C_2) le cercle de centre O_2, circonscrit au triangle MBD. On désigne par N le second point commun de (C_1) et (C_2).

1. Démontre que les triangles NAB, NCD et N O_1 O_2 sont semblables deux à deux.
2. Caractérise la similitude directe S qui applique N sur N, A sur B et C sur D.

Problème 7

ABC et ACD sont deux triangles équilatéraux de sens direct.



- Les points O et I sont les milieux respectifs de [AC] et [AB] ;
- les points L et E sont tels que :$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CL}=\overrightarrow{LE}$.

Soit la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$, r la rotation de centre A et d'angle π/3.

On note f = rot

1.a) Quel est l'image de O par f ?

b) Donne une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IA}})$.

c) Précise la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f.

2. M étant un point quelconque du plan, on note N = r(M), J le milieu de [EM] et K le milieu de [ND].

a) Soit P l'antécédent de M par t. Quel est le milieu de [LP] ?

b) Lorsque I, J et K sont distincts, démontre que le triangle IJK est équilatéral.

(On *pourra utiliser f(L) et f(P).*)

Problème 8

ABCD est un carré de sens direct et de centre I, (C) est le cercle passant par A, B, C et D. On désigne par :

- t la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$,
- r_D la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{2}$
- r_1 la rotation de centre A et d'angle - $\frac{\pi}{4}$
- r_2 la rotation de centre A et d'angle $\frac{3\pi}{4}$
- On se propose de déterminer les éléments caractéristiques des transformations suivantes : $f = t \circ r_D$; $g_1 = r_1 \circ f$; $g_2 = r_2 \circ f$.

1. Démontre que f, g_1 et g_2 sont des rotations, dont on précisera les angles.
2. a)Détermine f(D) et f(A). Quel est le centre de f ?

   b) Détermine g_1(D) et g_2(D).

3. Soit $A_1' = g_1(A)$ et $A_2' = g_2(A)$.

a) Démontre en utilisant $g_2 \circ g_1^{-1}$ que A est le milieu du segment $[A_1'\ A_2']$.

b) Démontre, en déterminant une mesure de l'angle $(\widehat{\mathrm{AD}, \mathrm{A}'_1})$ que A_1' est sur la tangente en A à (C).

4. a)Soit J le centre de g_1 et K celui de g_2. Démontre que J et K appartiennent à (C) et sont diamétralement opposés. Place J et K sur la figure.

b) Démontre que A_1'est sur la droite (JB).

Place les points A_1' et A_2'sur la figure.

Problème 9

Dans le plan orienté, on considère un triangle OAB direct et rectangle en O. On désigne par J le milieu de $[AB]$. M est un point variable de la droite (Δ) perpendiculaire en A à (AB). La perpendiculaire en O à (OM) coupe (AB) en M'.

1. Soit s la similitude directe de centre O telle que $s(A) = B$.
   a) Justifie que, pour tout point M de (Δ),$s(M) = M'$.
   b) Déduis –en que, lorsque M décrit (Δ), le triangle OMM' est l'image d'un triangle fixe par une similitude directe que l'on précisera.
2. a) Justifie que, pour tout point M de (Δ), le point I milieu de $[MM']$ est l'image de M par une similitude directe S de centre O dont on précisera le rapport et l'angle.

   b) Soit H le projeté orthogonal de O sur (Δ). Détermine $S(H)$.

   c) Détermine le lieu géométrique du point I lorsque M décrit (Δ).
3. Pour tout point M de (Δ) distinct de A, on désigne par P le point tel que MAM'P est un rectangle.

   Détermine le lieu géométrique du point P lorsque M décrit (Δ)$-\{A\}$.

Géométrie de l’espace

<u>FICHE 1</u> : RECONNAITRE DES SOLIDES

❖ ***<u>Comment reconnaître des solides de l’espace ?</u>***

Exercice 1

Parmi les solides ci-dessous, quels sont ceux qui sont des prismes droits ?

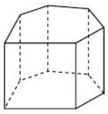


Fig. a

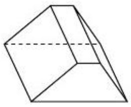


Fig. b

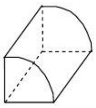


Fig. c

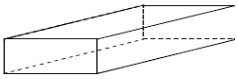


Fig. d

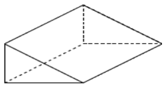


Fig. e

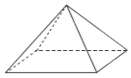


Fig. f

Exercice 2

Parmi les figures ci-dessous, indique celles qui représentent des pyramides.

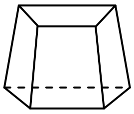


Fig. 1

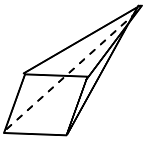


Fig. 2

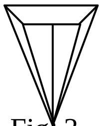


Fig. 3

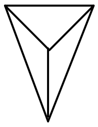


Fig. 4

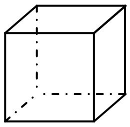


Fig. 5

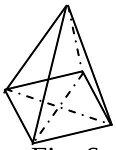


Fig. 6

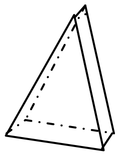


Fig. 7

Exercice 3

Parmi les pyramides suivantes indique celles qui sont des pyramides régulières. Justifie ta réponse.

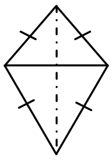


Fig. 1

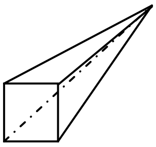


Fig. 2

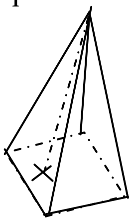


Fig. 3

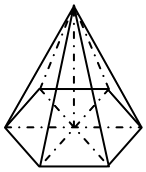


Fig. 4

Exercice 4

Parmi les figures ci-dessous, indique celles qui ne représentent pas des cônes de révolutions.

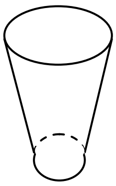


Fig. 1

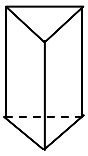


Fig. 2

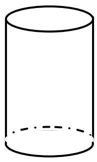


Fig. 3

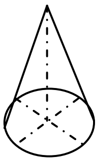


Fig. 4

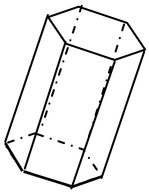


Fig. 5

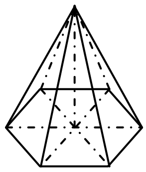


Fig. 6

Exercice 5

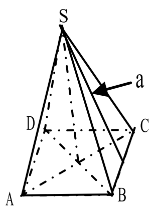
La figure ci-contre représente une pyramide régulière.

1- Cite les faces latérales et le sommet.

2- Quelle est sa base ? Préciser sa nature.

3- Quelle est la hauteur de cette pyramide? Justifie ta réponse.

4- Que représente **a** sur la figure.



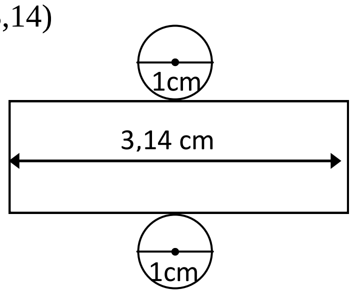
FICHE 2 : RECONNAITRE UN PATRON DE SOLIDE

❖ ***Comment reconnaître un patron de solide ?***

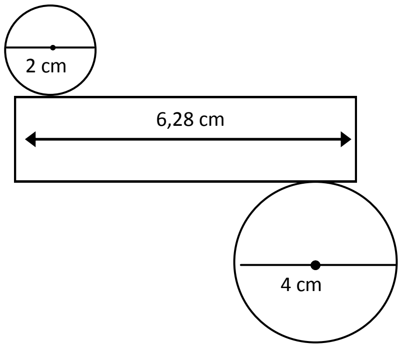
Exercice 6

Les figures ci-dessous sont-elles des patrons d'un cylindre droit ?
(π = 3,14)

a)



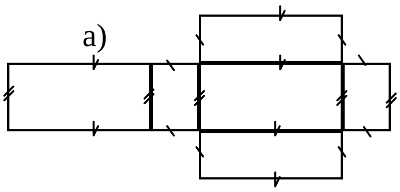
b)



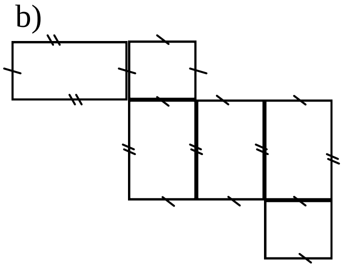
Exercice 7

Les figures codées ci-dessous sont-elles des patrons de pavés droits ?

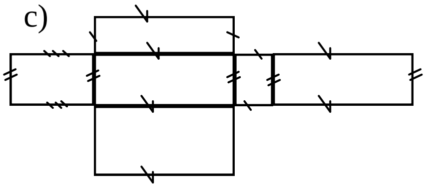
a)



b)

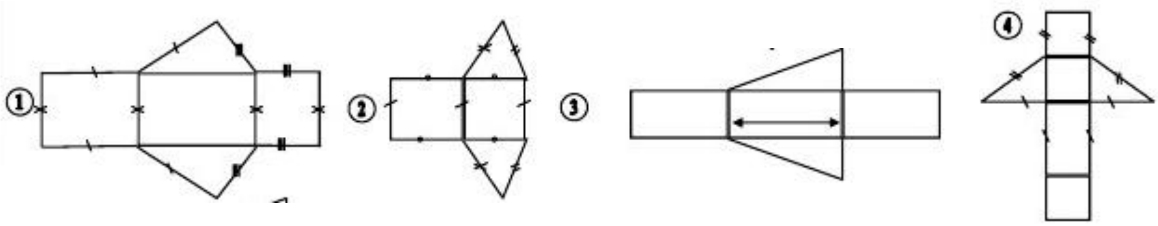


c)



Exercice 8

Parmi les patrons suivants, lesquels sont ceux d'un prisme droit ?



Exercice 9

Parmi les figures ci-dessous, indique celles qui sont des patrons de pyramide régulière.

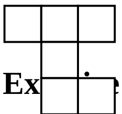


Fig. 1

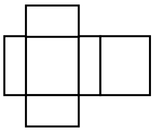


Fig. 2

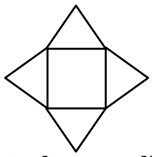


Fig. 3

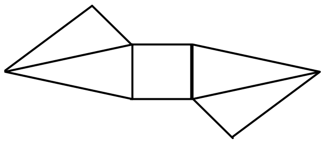
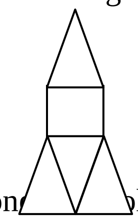


Fig. 4



I

Exercice 10

Parmi les figures ci-dessous, indique celle(s) qui sont des patrons de cône de révolution.

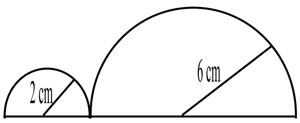


Fig. 1

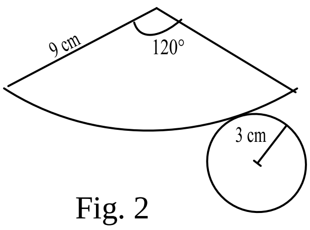


Fig. 2

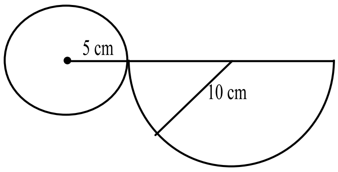


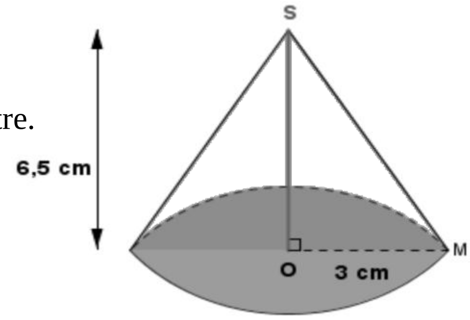
Fig. 3

<u>FICHE 3</u> : CONSTRUIRE UN PATRON DE SOLIDE

❖ ***<u>Comment construire un patron?</u>***

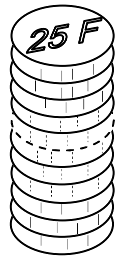
Exercice 11

Dessine le patron du cône de révolution représenté ci-contre.
(On prendra $\pi = 3$)



Exercice 12

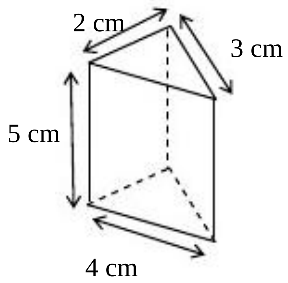
Le jeune Koffi désire réaliser à l'aide de papier cartonné, un petit cylindre droit comme un coffre qui puisse contenir exactement 20 pièces de 25 F CFA empilées les unes sur les autres comme l'indique la figure ci-contre.



Sachant que chaque pièce est un disque de diamètre 3 cm et d'épaisseur 0,25 cm, aide-le à tracer le patron de ce petit cylindre droit en vraie grandeur.

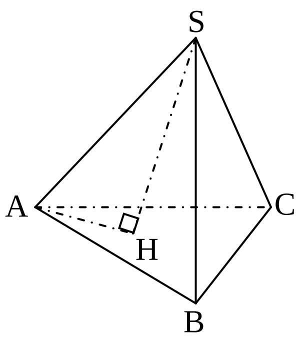
Exercice 13

Construis un patron du prisme droit ci-dessous.



Exercice 14

La figure ci-contre représente une pyramide régulière telle que : AB = 3cm et SA = 5cm
Donne, en vraie grandeur, un patron de cette pyramide.



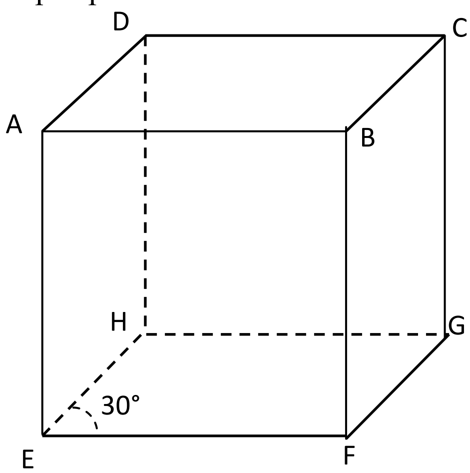
FICHE 4 : PERSPECTIVE CAVALIERE

❖ ***Comment dessiner un solide en perspective cavalière ?***

Exercice 15

La figure ci-dessous est la représentation en perspective cavalière d'un cube ABCDEFGH de côté 4cm.

1. Cite les plans verticaux de faces.
2. Cite les plans verticaux de profil.
3. Cite les plans horizontaux.
4. Cite les fuyantes.
5. Donne l'angle de fuite.
6. Calcule le coefficient de réduction.



Exercice 16

Reproduis et complète le dessin ci-dessous de façon à obtenir une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit.

Exercice 17

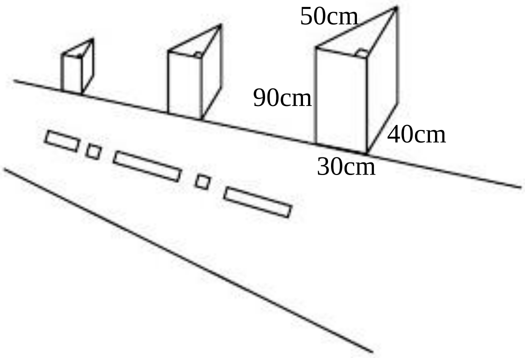
Dessine en perspective cavalière un parallélépipède rectangle de longueur 6cm, de largeur 4cm et de hauteur 3cm tel que le coefficient de réduction est égal à 0,5, l'angle de fuite est égal à 60° et le rectangle de longueur 4cm et de largeur 3cm est contenu dans le plan de face.

<u>FICHE 5</u> : AIRES ET VOLUMES

❖ ***<u>Comment calculer des aires ,des volumes ?</u>***

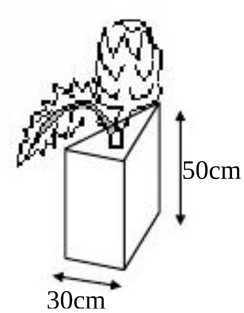
Exercice 18

Des balises identiques ayant la forme d'un prisme droit sont posées aux abords d'une route pour empêcher le stationnement de véhicule comme-le montre la figure ci-dessous.
Calcule le volume de béton nécessaire à la construction de chaque balise.



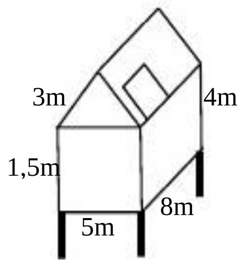
Exercice 19

Pour embellir sa chambre, une dame achète un pot de fleurs ayant la forme d'un prisme droit comme-le montre la figure ci-contre.
Les bases sont des triangles équilatéraux de côtés 30cm. Elle veut recouvrir la surface latérale de papier peint multicolore. Combien de m² de papier peint sont-ils nécessaires pour recouvrir le pot ?



Exercice 20

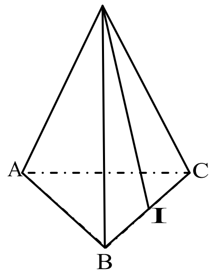
Un grenier a la forme d'un pavé droit surmonté d'un toit qui est un prisme droit, comme-le montre la figure ci-contre.
Ce grenier se remplit par une porte située sur le toit et recouverte de tôle.
Ce grenier peut-il contenir 130 m^3 de maïs ?



Exercice 21

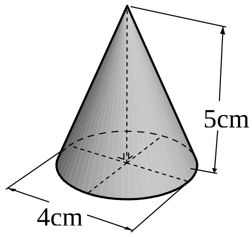
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelles:
- DABC est une pyramide régulière de base le triangle équilatéral ABC et de sommet D;
- I est le milieu de [BC] ;
- DB = 9 et AB = 6.

1. Justifie que DI = $6\sqrt{2}$
2. Calcule l'aire latérale de la pyramide DABC.
3. Calcule son aire totale.



Exercice 22

La figure ci-contre représente un cône circulaire droit, appelé aussi cône de révolution.



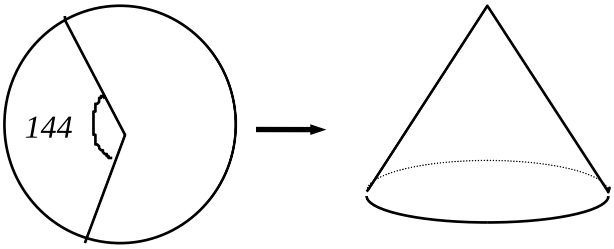
1. Calcule l'aire latérale de ce cône de révolution.

2. Calcule son aire totale.

On prendra $\pi = 3,14$.

Exercice 23

Dans un disque de papier de 5 cm de rayon, Roméo découpe un secteur de 144°.Il forme un cône avec la partie restante.



Détermine le volume de ce cône.

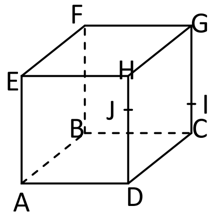
On prendra $\pi = 3,14$.

FICHE 6 : INCIDENCE

❖ ***Comment démontrer que deux droites sont coplanaires ou non ?***

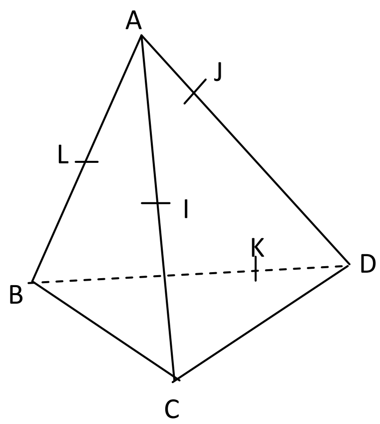
Exercice 24

On donne le cube ci-contre :



1. Les droites (AB) et (EF) sont-elles coplanaires ? Justifie ta réponse.
2. Justifier que (IJ) et (GH) sont coplanaires.
3. Construire le point d'intersection K de (IJ) et (GH).
4. Justifier que les droites (IJ) et (AE) ne sont pas coplanaires.

Exercice 25



Dans le tétraèdre ci-contre, I milieu de$[AC]$, $J \in [AD]$ et $K \in [BD]$ et, L milieu de$[AB]$.

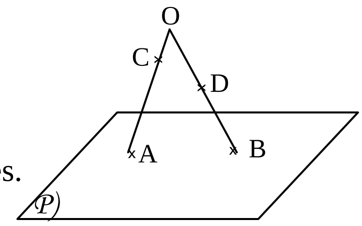
1) Justifie que (LI) et (BC) sont coplanaires ;

2) Justifie que (IJ) et (BD) ne sont pas coplanaires.

❖ ***Comment démontrer qu'une droite est sécante à un plan ?***

Exercice 26

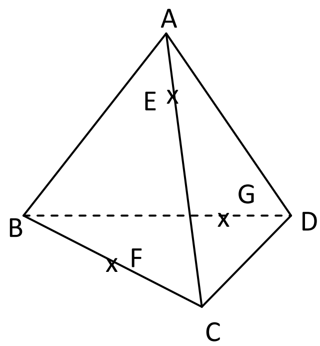
Sur la figure ci-contre :



- A∈(P) ; B∈(P) ; O∉(P) ; C∈[AO] ; D∈[OB]
- Dans le plan (OAB), les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

1. Démontre que la droite (CD) est sécante au plan (P) en un point I
2. Construis le point d'intersection I de (CD) avec le plan (P)

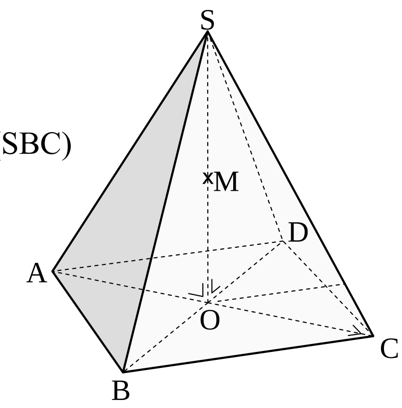
Exercice 27



Sur la figure ci-contre ABCD est un tétraèdre. E, F et G sont des points tels que : E □□[AC] , F □□[BC] et G □□[BD].

1. Démontre que la droite (AB) est sécante au plan (EFG) en un point K
2. Construis le point d'intersection I de (CD) avec le plan (EFG).

❖ ***<u>Comment construire l'intersection d'une droite et d'un plan qui sont sécants ?</u>***



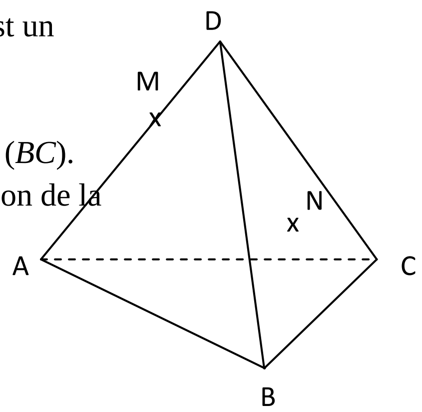
Exercice 28

Construire le point d'intersection K de la droite (AM) avec le plan (SBC)
M ∈ [SO]
Justifie ta réponse.

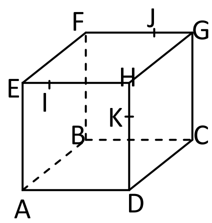
Exercice 29

ABCD est un tétraèdre. *M* est un point de l'arête [*AD*] et *N* est un point de la face (*BCD).* La droite (*MN*) n'est pas parallèle au plan (*ABC*).

1) Construire le point *K* intersection des droites (*DN*) et (*BC*).
2) Utiliser le point *K* pour construire le point *I* intersection de la droite (*MN*) et du plan (*ABC*).



❖ ***<u>Comment démontrer que deux plans sont sécants ?</u>***

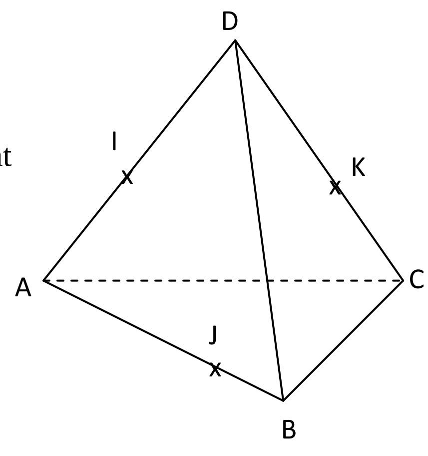


Exercice 30

On donne le cube ci-contre :
Démontre que les plans (IJK) et (CDH) sont sécants.

Exercice 31

Sur la figure ci-contre DABC est un tétraèdre, I, J et K sont des points tels que : I □□[AD] , J □□[AB] et K □□[CD].
Démontre que les plans (IJK) et (DBC) sont sécants.



❖ ***<u>Comment construire l'intersection de deux plans sécants ?</u>***

Exercice 32

Construis l'intersection des plans (IJK) et (CDH). (Figure de l'exercice 31)

Exercice 33 (figure de l'exercice 31)

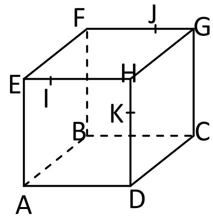
Détermine l'intersection du plan (IJK) et (DBC) **(Figure de l'exercice 31)**.

❖ ***<u>Comment construire une section plane d'un solide de l'espace ?</u>***

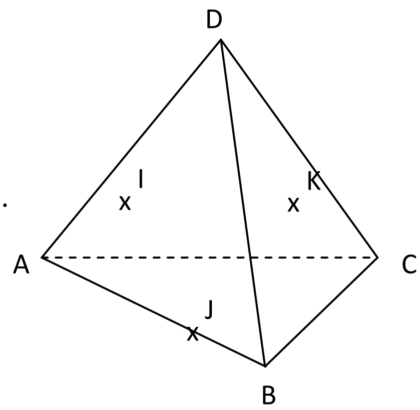
Exercice 34

On donne le cube ci-contre :

Construis la section du cube par le plan (IJK).



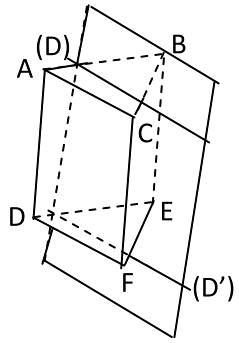
Exercice 35



Sur la figure ci-contre DABC est un tétraèdre. I, J et K sont des points tels que : I □□(ABD] , J □□[AB] et K □□□BCD). Construis la section du tétraèdre par le plan (IJK).

<u>FICHE 7</u> : PARALLELISME

❖ ***<u>Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?</u>***



Exercice 36

Le plan (P) coupe le prisme droit ABCDEF en deux droites (D) et (D').

1. Démontrer que les deux droites (D) et (D') sont parallèles.
2. Soit I le milieu du segment [DE] et J le milieu de [EF].

Démontrer que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles.

Exercice 37

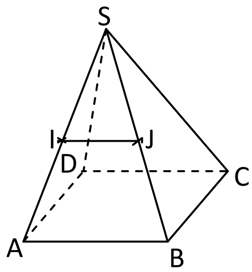
ABCDE est une pyramide régulière à base carrée de sommet E. G et F sont les milieux respectifs de [EC] et [EB]. Démontrer que (GF) est parallèle à (AD).

❖ ***<u>Comment démontrer qu'une droite est parallèle à un plan ?</u>***

Exercice 38

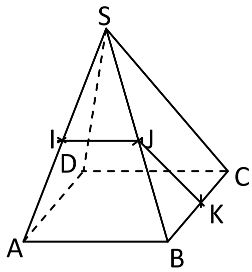
SABCD est une pyramide régulière. I le milieu du segment [SA] et J le milieu du segment [SB].

Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (SCD).



Exercice 39

❖ ***<u>Comment démontrer que deux plans sont parallèles ?</u>***



Exercice 40

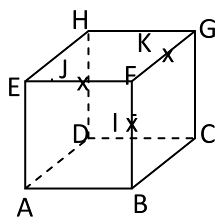
SABCD est une pyramide régulière. I le milieu du segment [SA] et J le milieu du segment [SB], K le milieu de [BC].

Démontrer que le plan (IJK) est parallèle au plan (SCD).

Exercice 41

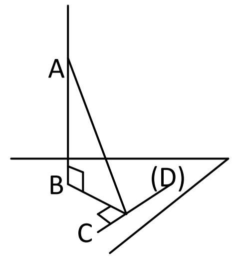
ABCDEFGH est un cube I, J et K sont les milieux respectifs des segments [BF] ; [EF] et [FG]

Demontre que les plans (IJK) et (BEG) sont paralleles.



<u>FICHE 8</u> : ORTHOGONALITE (1ère C/D)

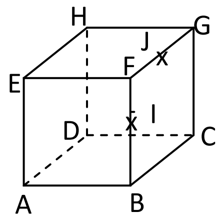
❖ ***<u>Comment démontrer que deux droites sont orthogonales ?</u>***



Exercice 42

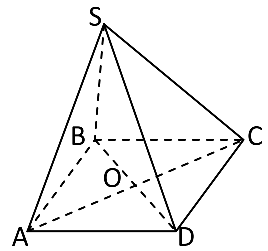
Le point A se projette en B sur un plan (P).
Le point B se projette orthogonalement en C sur une droite (D) de (P).
Démontrer que la droite (D) est orthogonale à la droite (AC)

Exercice 43



Sur la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube, I et J sont les milieux respectifs de [BF] et [FG] .
Démontre que les droites (IJ) et (DE) sont orthogonaux

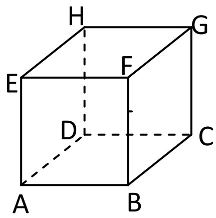
❖ ***<u>Comment démontrer qu'une droite est orthogonale à un plan ?</u>***



Exercice 44

SABCD est une pyramide régulière. O le centre du carré ABCD.
Démontrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (SBD).

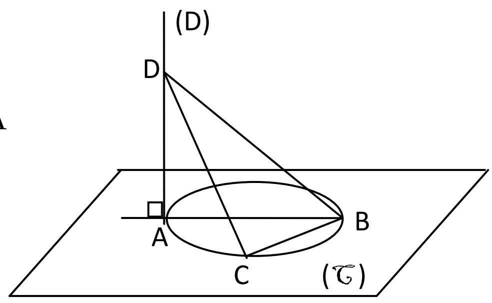
Exercice 45



Sur la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube
Démontre que la droite (BE) est orthogonale au plan (ADG)

❖ ***<u>Comment démontrer que deux plans sont perpendiculaires ?</u>***

Exercice 46



Soit (P) un plan, A et B deux points distincts de (P), (C) le cercle de diamètre [AB] inclus dans (P), C un point du plan distincts de A et de B, (D) la droite orthogonale à (P) en A, D un point de la droite (D).

1. Démontrer que les droites (BC) et (CD) sont perpendiculaires.
2. Démontrer que les plans (DAC) et (DBC) sont perpendiculaires.

<u>FICHE 9</u> : GEOMETRIE ANALYTIQUE DE L'ESPACE

- ***Comment déterminer une équation cartésienne d'un plan défini par un point et un vecteur normal***

Exercice 47

Détermine une équation cartésienne du plan passant par le point A(**-1 ;1 ;1)** et de vecteur normal $\vec{n}(3;2;-4)$.

Exercice 48

Détermine une équation cartésienne du plan passant par le point B(**2** ;-4 ;5) et de vecteur normal $\vec{u}(1;1;-1)$.

- ***Comment déterminer la distance d'un point à un plan***

Exercice 49

Soit ($\mathcal{P}$) le plan d'équation cartésienne $-2x+y+4z-6=0$

Calcule la distance du plan ($\mathcal{P}$) au point C(5 ;-3 ;1)

Exercice 50

Soit ($\mathcal{P}'$) le plan d'équation cartésienne $z=0$

1.Calcule la distance du plan ($\mathcal{P}'$) au point D(2 ;3 ;-5)

2.a) Calcule la distance du plan ($\mathcal{P}'$) au point E(-1 ;4 ;0)

b) Pouvait-on prévoir ce résultat ?

- ***Comment donner une représentation paramétrique d'une droite dont on connait un point et un vecteur directeur***

Exercice 51

Détermine des représentations paramétriques de la droite (D) passant par le point F(4,2 ;-1) et de vecteur directeur $\vec{v}(2;-1;3)$.

Exercice 52

Soit A(2 ;0 ;-1) et B(-2 ;2,3) deux points de l'espace.

Détermine des représentations paramétriques de la droite (AB).

❖ *Comment déterminer la position relative d'une droite et d'un plan*

Exercice 53

Soit (D) la droite de représentations paramétriques $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$; t∈IR et ($\mathcal{P}$) le plan d'équation cartésienne $x+2y+4z-3= 0$.

Détermine la position relative de (D) et ($\mathcal{P}$).

Exercice 54

Soit (D') la droite de représentations paramétriques $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$; t∈IR et ($\mathcal{P}'$) le plan d'équation cartésienne $-x+2y+3z-9= 0$.

Détermine la position relative de (D') et ($\mathcal{P}'$).

❖ *Comment déterminer la position relative de deux droites*

Exercice 55

Détermine la position relative des droites (D) et (D') des exercices 53 et 54.

Soit (D_1) , (D_2) et (D_3) trois droites de représentations paramétriques respectives $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + t \end{cases}$; t∈ IR ; $\begin{cases} x = 6k \\ y = 2 - 2k \\ z = 5 - 4k \end{cases}$; k∈IR et $\begin{cases} x = 7 + 2\mu \\ y = 2 + 2\mu \\ z = -6 - \mu \end{cases}$; μ ∈IR

Exercice 56

Détermine la position relative de (D_1) et (D_2)

Exercice 57

1. Justifie que les droites (D_1) et (D_3) sont sécantes.
2. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (D_1) et (D_3)

- ❖ ***Comment déterminer la position relative de deux plans***

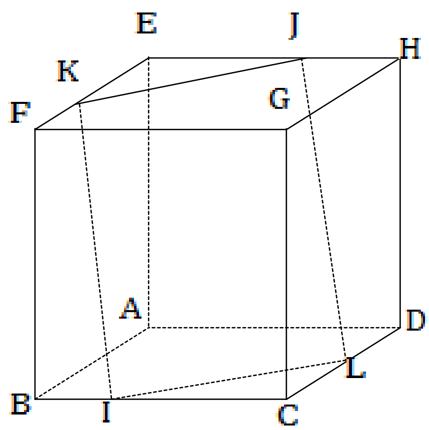
Exercice58
Soit $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ deux plans d'équations cartésiennes respectives :
x+2y-3z-3=0 et x+2y+3z-6=0.
Détermine la position relative de ces deux plans.

Exercice 59
Soit $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ deux plans d'équations cartésiennes respectives x-2y+z+1=0 et -2x+4y-2z=1.
Détermine la position relative de ces deux plans.

Exercice 60
Soit $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ deux plans d'équations cartésiennes respectives x+2y-3z =2 et 3x+ z-1=0.
Détermine la position relative de ces deux plans.

Quelques problèmes sur la géométrie analytique

Problème 1
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, ABCDEFGH est un cube.
On munit l'espace $(\mathcal{E})$ d'un repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



* I est un point du segment [BC] tel que I $\left(1; \frac{1}{3}; 0\right)$.
* Soit $(\mathcal{P})$ le plan passant par I et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}8\\9\\5\end{pmatrix}$.
* Les points J, K et L sont les points d'intersection respectifs du plan $(\mathcal{P})$ et des droites (EH), (FE) et (CD).

1. a) Détermine une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$.
b) Détermine les coordonnées des points J, K et L
2. a) Détermine des représentations paramétriques des droites (IJ) et (KL)
b) Démontre que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en un point N dont on déterminera les coordonnées.

Problème 2

Un plan $(\mathcal{P})$ a pour équation : ax+by+cz+d =0 avec (a ;b ;c) = (0 ;0 ;0)

Soit $M_0(x_0; y_0; z_0)$ un point de l'espace et H son projeté orthogonal sur $(\mathcal{P})$ et $\vec{n}$(a ;b ;c).

Soit $A(x_1; y_1; z_1)$ un point de $(\mathcal{P})$

1. Justifie que :$\overrightarrow{AM_0}.\vec{n} = ax_0 + by_0 + cz_0$+d.
2. Justifie que : $\overrightarrow{AM_0}.\vec{n} = \overrightarrow{HM_0}.\vec{n}$
3. .Déduis -en que : $HM_0 = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

COMPETENCE 4

DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

Exercice 1

On donne $a = n(n^2 + 5)$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1. Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}$, a est un nombre pair.
2. Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}$, a est un multiple de 3.

Exercice 2

Soit n un entier naturel.

On note c, d et u respectivement les chiffres des centaines, des dizaines et des unités de n.

Démontre que n est un multiple de 4 si et seulement si $2d + u$ est un multiple de 4 .

Exercice 3

Soit a et b deux entiers naturels.

Démontre que $ab(a^2 - b^2)$est un multiple de 3.

Exercice 4

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

1. Démontre que $9^{n+1} - 2^{n+1} = 11(9^n - 2^n) - 18(9^{n-1} - 2^{n-1})$.
2. Démontre, par récurrence sur n, que $3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7.

EXERCICE 5

Soit a et b deux entiers naturels.

Démontre que $(a + b)^7 - (a^7 + b^7)$ est un multiple de 7.

Exercice 6

Détermine les entiers relatifs n tels que l'entier $p = n^2 - 3n + 6$ soit un multiple de 5.

Exercice 7

Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}$, $n^2(n + 1)^2(2n^2 + 2n - 1)$ est un multiple de 12.

NOMBRES PREMIERS

Exercice 8

Sans l'aide d'une calculatrice, calcule $\sqrt[6]{531441}$

Exercice 9

1 Démontre que tout nombre entier premier supérieur à 2 est de la forme $4k+1$ ou $4k+3$ avec $k \in \mathbb{N}$.

2 Démontre que cette condition n'est pas suffisante.

Exercice 10

Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les équations suivantes :

1. $x^2 - y^2 = p$, où p est un nombre premier positif donné.
2. $x^3 - y^3 = 127$.

Exercice 11

Soit a et n deux entiers naturels supérieurs ou égaux à 2.

1. a) Démontre que $a-1$ divise $a^n - 1$.
   b) Déduis-en que si $a^n - 1$ est un nombre premier alors $a = 2$.

2. Démontre si $2^n - 1$ est un nombre premier alors n est un nombre premier.

DIVISION EUCLIDIENNE

Exercice 12
Soit b un entier naturel.
Les divisions euclidiennes de 4373 et de 826 par b ont respectivement pour reste 8 et 7.
Détermine b.

Exercice 13
En utilisant l'algorithme d'Euclide, Calcule $PGCD(a; b)$ pour les couples $(a; b)$ suivants :
$(55125; 25725)$ et $(1023; 4097)$.

Exercice 14
Résous dans $\mathbb{N}$, l'équation : $x \in \mathbb{N}, 24 \leq x \leq 288, PGCD(x; 288) = 24$.

Exercice 15
Soit$a\ et\ b$ deux nombres entiers naturels premiers entre eux et n un nombre entier naturel.
1. Démontre que : $PGCD(a^n; b^n) = 1$.
2. Démontre que : $PGCD(a + b; ab) = 1$.
3. Démontre que : si d divise $a^2 + b^2 - nab$ et $a + b$ alors d divise $n + 2$.

Exercice 16
Soit$a$ et b deux nombres entiers naturels et l'on note $d = PGCD(a; b)$.
1. Démontre que $d = PGCD(4a + 9b; 3a + 7b)$.
2. Soit p , q, r et s quatre nombre entiers naturels tels que $ps - qr = 1$.
   Démontre que $d = PGCD(pa + qb; ra + sb)$.

Exercice 17
Calcule $PPCM(2145; 126)$ et $PPCM(91; 181)$.

Exercice 18
Soit$n$ un nombre entier naturel.
Calcule $PPCM(n; 2n + 1)$

Exercice 19
Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, les systèmes suivants :

1. $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} xy = 4536 \\ PGCD(x; y) = 9 \end{cases}$

2. $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} x^2 - y^2 = 5440 \\ PGCD(x; y) = 8 \end{cases}$

3. $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} x + y = 28 \\ PPCM(x; y) = 40 \end{cases}$

4. $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} xy = 51840 \\ PPCM(x;y) = 2160 \end{cases}$

5. $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} PGCD(x;y) = 4 \\ PPCM(x;y) = 1548 \end{cases}$

Exercice 20

1. Démontre que deux nombres entiers naturels impairs consécutifs sont premiers entre eux.
2. Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, le système suivant :
   $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} -x + y = 26 \\ PGCD(x;y) = 13 \end{cases}$

Exercice 21

Soit x et y deux nombres entiers naturels non nuls premiers entre eux.
On pose $d = PGCD(x^2 - xy + y^2; x + y)$

1. Démontre que $d \in \{1; 3\}$.
2. Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, le système suivant :
   $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} \frac{x^2 - xy + y^2}{x+y} = \frac{73}{8} \\ PGCD(x;y) = 1 \end{cases}$

Exercice 22

Soita, b deux nombres entiers naturels.
On pose $S = a + b, P = ab, d = PGCD(a;b)$ et $m = PPCM(a;b)$.
Démontre que : $PGCD(a;b) = PGCD(S;m)$.

Exercice 23

Détermine n, nombre entier naturel, pour que la fraction $\frac{n+8}{2n-5}$ soit un nombre entier naturel.

CONGRUENCE

Exercice 24

Soit$n$ un nombre entier naturel.

1. Détermine les restes possibles de la division euclidienne de n^2 par 5.
2. Détermine les restes possibles de la division euclidienne de n^3 par 7.

Exercice 25

1. Détermine le reste de la division euclidienne de 12^{2019} par 5.
2. Détermine le reste de la division euclidienne de $19^{52} \times 23^{41}$ par 7.

Exercice 26

1. Détermine tous les entiers naturels n tels que $n^3 + n - 2$ soit un multiple de 7.
2. Détermine tous les entiers naturels n tels que $n^2 - 3n + 6$ soit un multiple de 5.

Exercice 27

1. Résous dans ℕ l'équation : $x \in \mathbb{N}, 2^x + 3^x \equiv 0[7]$
2. Résous dans ℕ l'équation : $x \in \mathbb{N}, x^2 \equiv x[12]$

Exercice 28

Soit$n$ un nombre entier naturel plus grand que 1.

1. Démontre que $3^{2n+1} + 2^{n+2} \equiv 0[7]$
2. Démontre que $(2^{2n} - 1)(2^{2n+1} + 1) \equiv 0[9]$.
3. Démontre que $3^{2n} + 2^{6n-5} \equiv 0[11]$
4. Démontre que $2^{10n-7} + 3^{5n-2} \equiv 2[11]$.
5. Démontre que $7^{2n+1} + 5^{2n+1} \equiv 0[12]$.

Exercice 29

Soit$n$, a et b trois nombres entiers naturels.

1. Démontre que : $a^{2n+1} + b^{2n+1} \equiv 0[a + b]$
2. Démontre que $(a + 1)^{n+1} - a(n + 1) - 1 \equiv 0[a^2]$.

Exercice 30

Soit$n$ et p deux nombres entiers naturels strictement tels que $1 \leq p \leq n$.

1. Démontre que si n et p sont premiers entre eux alors C_n^p est un multiple de n.
2. Démontre que si n est premier alors pour tout couple d'entiers naturels (a, b) le nombre entier relatif $(a + b)^n - (a^n + b^n)$ est un multiple de n.
3. Démontre, par récurrence, que si p est premier alors pour toute suite de nombre entiers naturels$(a_1, a_2, \cdots, a_n)$, $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^p \equiv a_1^p + a_2^p + \cdots . +a_n^p[p]$.
4. Déduis en le petit théorème de Fermat, pour tout entier naturel n :

   a) Si p est premier alors $n^p - 1$ est un multiple de n.

   b) Si p est premier et ne divise pas n alors $n^{p-1} - 1$ est un multiple de p.

EQUATIONS DIOPHANTIENNES

Exercice 31

Résous dans $\mathbb{Z}$ le système suivant :

$$x \in \mathbb{Z}, \begin{cases} x \equiv 1[13] \\ x \equiv 6[7] \end{cases}$$

Exercice 32

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne les points A$(-30; -48)$ et B$(82; 76)$. Détermine l'ensemble des points M$(x; y)$ de la droite (AB) dont les coordonnées sont des nombres entiers relatifs.

Exercice 33

L'ébéniste X-Pondoh emploie 27 salariés et doit donc passer aux 35 heures par semaines. Chez X-Pondoh, on fabrique deux types de chaises : les chaises de type A qui ont quatre pieds et nécessitent 15 heures de main d'œuvre, les chaises de type B qui ont trois pieds nécessitent 14 heures de main d'œuvre.

Chaque chaise de type A procure à l'entreprise un bénéfice de 3000 F et chaque chaise de type B un bénéfice de 2500F. L'ébéniste souhaite consacrer la totalité des heures des 27 salariés à la fabrication de ces deux types de chaises.

On désigne par x et y respectivement le nombre de chaises du type A et du type B que X-Pondoh va mettre en fabrication en une semaine.

1. Traduis la situation décrite par une équation.
2. Détermine le nombre des différents types de chaises pour lequel l'ébéniste réalise un bénéfice maximal.

NUMERATION

Exercice 34

Les nombres entiers naturels n proposés sont écrits dans le système décimal, écris les en base b.

1. $n = 239$, $b = 3$, $b = 8$.
2. $n = 212$, $b = 2$, $b = 4$.
3. $n = 12485$, $b = 16$.

Exercice 35

Ecris dans le système décimal les nombres entiers naturels suivants :
$\overline{111111}^2$; $\overline{1234}^3$; $\overline{1331}^4$; $\overline{51207}^8$ et $\overline{F3E}^{16}$

Exercice 36

1. Résous dans ℕ l'équation : $x \in \mathbb{N}, \overline{121}^x = 16$
2. a) Justifie que : $(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$.
   b) Résous dans ℕ l'équation : $x \in \mathbb{N}, \overline{14641}^x = 10\,000$
3. Résous dans ℕ l'équation : $x \in \mathbb{N}$, $\overline{32}^x \times \overline{21}^x = \overline{1332}^x$.

Exercice 37

1. Soit P le polynôme défini par : $\mathrm{P}(x) = 2x^3 + 3x^2 + 3x - 340$.
   Calcule $\mathrm{P}(5)$
2. Le nombre entier naturel n s'écrit 341en base dix et 2331 en base b.

Détermine b.

Exercice 38

Soit$n$ et b deux nombres entiers naturels tels que $b \geq 2$.
On désigne par E_n l'ensemble des nombres entiers naturels de n chiffres écrits en base b.

1. Calcule $Card(E_n)$.
2. Exprime $Card(E_n)$ en base b.

MODULE 2

APPROPRIATION DU PROGRAMME EDUCATIF ET DU GUIDE D'EXECUTION

Domaines : Pédagogie et gestion de la classe

Compétence : Planifier les activités d'enseignement-apprentissage-évaluation.

Module : Connaissance des Programmes Educatifs et Guides d'Exécution

I Structure des programmes éducatifs et guides d'exécution

Le programme

Le programme éducatif issu du recadrage de la FPC comprend quatre (4) composantes , qui sont : Le profil de sortie, Le domaine de la discipline, Le régime pédagogique, Le corps du programme . Ce corps du programme comprend : la compétence, le thème, l'exemple de situation, la leçon, les habiletés/contenus.

Le guide

Le guide d'exécution comprend :la progression annuelle et les propositions d'activités, suggestion pédagogiques et moyen.

II Composantes du programme éducatif

1- Profil de sortie

a) Définition

Le profil de sortie définit ce qui est attendu de l'élève ou ce que l'élève doit être capable de faire à la fin de son cursus. Il est défini à la fin du cycle, c'est – à – dire au moment de la diplomation.

b) Fonction du profil de sortie

Le profil de sortie rempli les fonctions suivantes :

- **Fonction curriculaire**

Un profil de sortie oriente le contenu d'un programme éducatif et assure sa cohérence interne. Le profil de sortie décrit de façon globale les compétences et les connaissances que l'élève doit avoir construites au cours de sa formation pour être diplômé.

- **Fonction d'évaluation**

Il correspond au moment auquel l'élève ou l'étudiant obtient son diplôme ou son certificat. En ce sens, le profil de sortie sert de cadre de référence à l'évaluateur pour construire ses outils d'évaluation certificative. En conséquence, le profil de sortie est prescriptif puisqu'il oriente une évaluation certificative.

c) **Enoncé de profils de sortie définis en mathématique au premier cycle et au second cycle de l'enseignement secondaire.**

	Profil de sortie
1er cycle de l'enseignement secondaire	A la fin du premier cycle de l'enseignement secondaire, l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter des situations relatives: - aux configurations du plan : point, droite, demi-droite, segment, triangle, angle, cercle, parallélogramme, vecteurs - aux transformations du plan : symétrie centrale, symétrie orthogonale, translation, - aux configurations de l'espace : pavé droit, cylindre droit, prisme droit, pyramide régulière, cône de révolution et leur représentation en perspective cavalière - aux activités numériques : nombres réels (calculs dans $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$), calcul littéral (factorisation, développement, réduction et simplification d'une expression littérale, équations, inéquations) - aux Calculs littéral : calcul littéral (factorisation, développement, réduction et simplification d'une expression littérale, équations, inéquations) - à l'organisation des données : proportionnalité et statistique - à la géométrie analytique : Coordonnées d'un vecteur, Equations de droites
2nd cycle de l'enseignement secondaire série C	A la fin du second cycle de l'enseignement secondaire de la série C (Sciences Mathématiques), l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter des situations relatives : - à la géométrie du plan (Vecteurs et points du plan ; Produit scalaire, Droites et cercles dans le plan, Angles inscrits ; Angles orientés et trigonométrie, Géométrie analytique du plan, Barycentre) - à la géométrie de l'espace (Droites et plans de l'espace, Vecteurs de l'espace, Orthogonalité dans l'espace, Géométrie analytique dans l'espace) - aux transformations du plan (Isométries du plan, Similitudes directes du plan, Nombres complexes et transformations du plan) - aux calculs algébriques (Ensemble de nombres réels, Polynômes et fractions rationnelles, Equations et inéquations dans $\mathbb{R}$et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, Systèmes linéaires, Nombres complexes) - aux fonctions (Fonctions et applications, Fonctions et Transformations du plan, Limite et continuité, Dérivation, Etude et représentation graphique de fonction, Suites numériques, Primitives, Fonctions logarithmes, Fonctions exponentielles et puissances, Calcul intégral, Suites numériques, Équations différentielles) - à la modélisation d'un phénomène aléatoire (Dénombrement, Probabilités) - à l'organisation et au traitement des données (Statistiques à une variable, Statistiques à deux variables) - à l'arithmétique.
2nd cycle de l'enseignement secondaire série D	A la fin du second cycle de l'enseignement secondaire général de la série D (sciences expérimentales), l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter une situation relative : - à la géométrie du plan (Vecteurs et points du plan, Produit scalaire, Droites et cercles dans le plan, Angles inscrits, Angles orientés et trigonométrie, Barycentre); - à la géométrie de l'espace (Droites et plan de l'espace, Orthogonalité dans

	l'espace); - aux transformations du plan (Utilisation des symétries et translations, Homothéties et Rotations, Composées d'homothéties de même centre et composées de rotations de même centre, Nombres complexes et transformations du plan); - aux calculs algébriques (Ensemble de nombres réels, Polynômes et fractions rationnelles, Equations et inéquations dans $\mathbb{R}$, Equations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, Systèmes linéaires, Nombres complexes); - aux fonctions (Généralités sur les fonctions, Etude de fonctions élémentaires, Fonctions et applications, Fonctions et Transformations du plan, Limites et continuité, Dérivation, Etude et représentation graphique de fonction, Suites numériques, Primitives, Fonctions logarithmes et étude de fonctions faisant intervenir la fonction logarithme népérien, Fonction exponentielle népérienne et étude de fonctions faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne, Fonctions exponentielles et fonctions puissances, Calcul intégral, Équations différentielles); - à la modélisation d'un phénomène aléatoire (Dénombrement, Probabilités); à l'organisation et au traitement de données (Statistique à une variable, Statistique à deux variables).
2nd cycle de l'enseignement secondaire série A_2	A la fin du second cycle de l'enseignement secondaire des séries littéraires (A2), l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter des situations relatives : - aux Calculs algébriques (Calcul numérique, Calcul littéral, Equations et Inéquations dans IR, Systèmes d'équations linéaires dans IR×IR) ; - aux Fonctions numériques (Généralités sur les fonctions, Etude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles, Fonction logarithme népérien, Fonction exponentielle népérienne, Suites numériques) ; - à la Modélisation d'un phénomène aléatoire (Dénombrement, Probabilités) - à l'Organisation et au traitement des données (Statistique à une variable, Statistique à deux variables)
2nd cycle de l'enseignement secondaire série A_1	A la fin du second cycle de l'enseignement secondaire des séries littéraires (A1), l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter des situations relatives : - aux Calculs algébriques (Calcul numérique, Calcul littéral, Equations et inéquations, Systèmes linéaires) ; - aux Fonctions numériques (Généralités sur les fonctions, Etude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles, Fonction logarithme népérien, Fonction exponentielle népérienne, Primitives et Calcul intégral, Suites numériques) ; - à la Modélisation d'un phénomène aléatoire (Dénombrement, Probabilités) ; - à l'organisation et au traitement des données (Statistique à une variable, Statistique à deux variables).

2- DOMAINE DE LA DISCIPLINE

Le domaine de la discipline regroupe un ensemble de disciplines ayant des affinités ou des liens .
Il favorise l'interdisciplinarité.
Il existe cinq (5) domaines :

- Le domaine des langues ,
- Le domaine des sciences,
- Le domaine de l'univers social,
- Le domaine des arts,
- Le domaine du développement physique et éducatif et sportif.

DOMAINES ET DISPLINES AU SECONDAIRE

Domaines	Disciplines
Le domaine des langues	Français Anglais Allemand Espagnol
Le domaine des sciences	Mathématique Physique-Chimie Sciences de la vie et de la terre Technologie de l'information et de la communication à l'école (TICE)
Le domaine de l'univers social	Histoire- Géographie Education aux Droits de l'homme et à la Citoyenneté Philosophie
Le domaine des arts	Arts Plastiques Education Musicale
Le domaine du développement physique et éducatif et sportif	Education Physique et Sportive

III- CORPS DU PROGAMME : Compétence ; Thème-Exemple de situation-leçon-habileté/contenus

Le corps du programme définit les prescrits curriculaire. Il donne des informations indispensables à la préparation et à la conduite des activités pédagogiques.
Il comporte les éléments suivants/
La compétence, les thèmes, les leçons, l'exemples de situation,, les habiletés /contenus.

1- **LA COMPETENCE**

a) **Définition**

Une compétence est le résultat du traitement efficace d'une situation par une personne ou un groupe de personnes. Elle comporte des tâches qui convoquent des éléments de la discipline ou du domaine du programme. Quelle que soit la compétence évoquée, celle-ci ne peut être qu'en référence à une situation.

En mathématiques :
Compétence 1 (C1) :

Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions
Compétence 2 (C2) :
Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et au traitement des données
Compétence 3 (C3) :
Traiter une situation relative à la Géométrie du plan, à la Géométrie de l'espace et aux Transformations du plan
Compétence 4 (C4) :
Traiter une situation relative à l'arithmétique.

2-Le thème

a) **Définition**

Le thème est une unité de contenus scientifiques comportant plusieurs leçons. Il découle de la compétence.

b) **Différents thèmes en mathématique**

c)

$6^{ème}$	**$5^{ème}$**	**$4^{ème}$**	**$3^{ème}$**
Configuration du plan	Configuration du plan	Configuration du plan	Configuration du plan
			Géométrie analytique
Transformation du plan	Transformation du plan	Transformation du plan	
Configurations de l'espace	Configurations de l'espace	Configurations de l'espace	Configurations de l'espace
Activité numérique	Activité numérique	Activité numérique	Activité numérique
		Calcul littéral	Calcul littéral
Organisation des données	Organisation des données	Organisation des données	Organisation des données

COMPETENCE 1

N°	THEMES	SECONDE C	PREMIERE C	TERMINALE C
1.	Thème 1 : Calculs algébriques	Leçon 1 : Ensemble de nombres réels Leçon 2 : polynômes et fractions rationnelles Leçon 3 : Equations et inéquations dans $\mathbb{R}$ Leçon 4 : Inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	Leçon 1 : Equations, inéquations et systèmes linéaires	Leçon 1 : Nombres complexes
2.	Thème 2 : Fonctions	Leçon 1 : Généralités sur les fonctions Leçon 2: Etude des fonctions élémentaires	Leçon 1 : Fonctions et applications Leçon 2 : Fonctions et Transformations du plan Leçon 3 : Limites et continuité Leçon 4: Dérivation Leçon 5: Etude et représentation graphique d'une fonction Leçon 6 : Suites numériques	Leçon 1 : Limites et continuité Leçon 2 : Dérivabilité et Etude de fonctions Leçon 3 : Primitives Leçon 4 : Fonctions logarithmes et étude de fonctions faisant intervenir la fonction ln Leçon 5 : Fonctions exponentielles, fonctions puissances et étude de fonctions faisant intervenir la fonction exp Leçon 6 : Calcul intégral Leçon 7 : Suites numériques Leçon 8 : Équations différentielles

COMPETENCE 2

N°	THEMES	SECONDE C	PREMIERE C	TERMINALE C
1.	Thème 1 : organisation et traitement des données	Leçon 1 : Statistique à une variable	Leçon 1 : Statistique à une variable	Leçon 1 : Statistique à deux variables
2.	Thème 2 : Modélisation d'un phénomène aléatoire		Leçon 2 : Dénombrement Leçon 3 : Probabilité	Leçon 1 : Probabilité

COMPETENCE 3

N°	THEME	SECONDE C	PREMIERE C	TERMINALE C
1.	Thème 1 : Géométrie du plan	Leçon 1 : Vecteurs et points du plan Leçon 2 : Produit scalaire Leçon 3 : Angles inscrits Leçon 4 : Angles orientés et trigonométrie	Leçon 1 : Géométrie analytique du plan Leçon 2 : Barycentre Leçon 3 : Angles orientés et trigonométrie	Leçon 1 : Barycentre
2.	Thème 2 : Géométrie de l'espace	Leçon 1: Droites et plans de l'espace	Leçon 1 : Vecteurs de l'espace Leçon 2 : Orthogonalité dans l'espace	Leçon 1 : Géométrie analytique dans l'espace
3.	Thème 3 : Transformations du plan	Leçon 1 : Utilisation des symétries et translations Leçon 2 : Homothéties Leçon 3 : Rotations	Leçon 1 : Composition de transformations	Leçon 1 : Isométries du plan Leçon 2 : Similitudes directes du plan Leçon 3 : Nombres complexes et transformations du plan

COMPETENCE 4

N°	THEMES	SECONDE C	PREMIERE C	TERMINALE C
1.	Thème 1 : Arithmétique			Leçon 1 : Arithmétique

3-La leçon

a) Définition

C'est un ensemble de contenus d'enseignement/apprentissage susceptibles d'être exécutés en une ou plusieurs séances.

b) Différentes leçons de mathématiques

	LEÇONS			
	6ème	**5ème**	**4ème**	**3ème**
Configurations du plan	Droites et points			
			Distances	
	Segments	Segments		
	Cercle	Cercle		
	Angles	Angles	Angles	Angles inscrit
	Triangle	Triangles		
			Cercles et triangles	
				Triangle rectangle
				Propriétés de Thalès dans le triangle
	Parallélogramme	Parallélogrammes particuliers		
			Vecteurs	Vecteurs
Géométrie analytique				Coordonnées d'un vecteur
				Equations de droites
Transformations du Plan	Symétrie par rapport à un point			
		Symétrie par rapport à une droite		
			Symétries et translations	
Configurations de L'espace	Pavé droit et cylindre droit			
		Prisme droit		
			Perspective cavalière	
				Pyramides et cônes
Activité	Nombres entiers			

numérique	naturels			
		Nombres premiers		
	Nombres décimaux relatifs	Nombres décimaux relatifs	Nombres décimaux relatifs	
			Nombres rationnels	
	Fractions	Fractions		
				Racines carrées
				Calcul numérique
Calcul littéral			Calcul littéral	Calcul littéral
			Équations et Inéquations	Équations et inéquations dans IR
				Équations et inéquations dans IR×IR
Organisation de données	Proportionnalité	Proportionnalité		
				Applications affines
	Statistique	Statistique	Statistique	Statistique

4-L'Exemple de situation

Définition

Une situation est un ensemble plus ou moins complexe et organisé de **circonstances** et de **ressources** qui permettent à la personne de réaliser des tâches en vue d'atteindre un objectif qu'elle s'est assigné.

Commentaire

L'enseignant agit sur certaines de ces circonstances pour organiser l'activité de ses élèves au cours des différentes leçons et séances d'enseignement/apprentissage.

Une situation est plus restrictive et est incluse dans un contexte qui lui donne du sens. C'est par le contexte des situations que l'activité peut avoir un sens pour l'élève.

Dans le programme éducatif, un exemple de situation est suggéré. Il fournit à l'enseignant un modèle qu'il contextualiser dans sa salle de classe. Cette situation à pour fonction d'organiser l'activité d'enseignement/apprentissage. Elle oriente l'apprenant vers les tâches déclinées en termes d'habiletés et de contenus.

5- Les habiletés et les contenus

Les habiletés font référence aux actions des élèves.

Le contenu c'est l'objet sur lequel porte l'habileté. Le contenu est complet et peut être traté à l'aide d'habileté.

Le tableau de spécification est une forme de présentation des tâches que l'apprenant a à réaliser pour traiter la situation. Il comporte deux colonnes : la première colonne réservée aux habiletés et la deuxième aux contenus.

Habiletés	**Contenus**
Définition Action cognitive posée sur un objet. L'habileté : -est décontextualisée ; -est la plus petite unité cognitive ; - peut être qualifiée à l'aide d'une taxonomie ; - est suffisante pour nommer des actions dans le programme éducatif. L'enseignant devra cependant la contextualiser dans des situations.	Définition Objet sur lequel l'habileté agit. Dans le cadre des programmes éducatifs, les contenus relèvent de catégories appartenant à une ou plusieurs disciplines dans un domaine clairement circonscrit.
Exemple : - identifier ---------------------→ - calculer ---------------------→	Exemple - la mesure principale d'un angle - le périmètre d'un triangle

Remarque :

La taxonomie simplifiée utilisée comprend quatre (4) niveaux :

1er niveau : la connaissance (verbe d'action : connaitre)

2ème niveau : la compréhension (verbe d'action : comprendre)

3ème niveau : l'application (verbe d'action : appliquer)

4ème niveau : le traitement de la situation (verbe d'action : traiter une situation)

Catégories harmonisées de la taxonomie

Habileté		***Description de l'habileté***	***Caractéristiques du résultat de l'action***
CONNAITRE ou manifester sa connaissance	*Associer, Choisir, Cocher, Connaître, Définir, Enoncer, Enumérer, Identifier, Indiquer, Lire, Lister, Mémoriser~~,~~ Nommer, Noter, Relier,* …	<u>Connaître</u> : restituer un savoir ou reconnaître un élément connu	La réponse à la question posée est un élément d'une terminologie, un fait, un élément d'une convention, une classification, une procédure, une méthode, etc. cette réponse est produite sans que la personne ne doive effectuer une opération.
COMPRENDRE ou exprimer sa compréhension	*Citer, Classer, Comparer, Conjecturer ; Compléter; Convertir, Discuter, Donner des exemples, Ecrire, Entourer; Expliquer, Exprimer, Illustrer, Indiquer, Interpréter, Ordonner; Reconnaître, Reformuler, Traduire,* …..	<u>Comprendre</u> : reformuler ou expliquer une proposition ou un ensemble de propositions formulées dans la question.	La réponse à la question posée est une reformulation des propositions dans un autre langage, par exemple un schéma, un graphique, un dessin, les propres mots de la personne, la réponse peut aussi se présenter sous la forme d'un complément d'informations que la personne apporte pour achever un texte lacunaire ou une proposition incomplète.
APPLIQUER ou utiliser un langage approprié	*Arrondir; Calculer, Classer, Comparer, Compléter; Construire, Décomposer, Démontrer, Dériver; Dessiner, Déterminer, Développer, Donner, Dresser, Ecrire Encadrer; Établir, Etudier; Exprimer; Extrapoler; Factoriser,*	<u>Appliquer</u> : utiliser adéquatement un code de langage dans des situations d'application, d'adaptation et de transfert	Dans sa réponse à la question, la personne utilise un code approprié à la situation. La réponse peut aussi être l'adaptation d'un code à un autre code, le passage d'un schéma à un texte et vice versa, etc.

	Formuler *Intégrer; Justifier,* *Linéariser, Placer,* *Préciser; Produire,* *Ranger, Rédiger,* *Réduire,* *Regrouper,* *Représenter,* *Résoudre,* *Schématiser;* *Simplifier,Trouver;* *Utiliser, Vérifier,* …..		
TRAITER UNE SITUATION	*Analyser,* *Argumenter,* *Arranger,* *Assembler,* *Choisir,* *Communiquer,* *Comparer,* *Composer,* *Concevoir,* *Conclure,* *Conjecturer,* *Construire,* *Déduire,* *Démontrer,* *Désigner,* *Différencier,* *Discuter,* *Distinguer,* *Elaborer, Évaluer,* *Examiner, Exposer,* *Formuler, Illustrer,* *Intégrer,* *Interpréter,* *Justifier, Organiser,* *Proposer,* *Schématiser,* *Séparer, Substituer,* *Traiter,* ….	Traiter une situation : comprendre une situation, l'analyser, connaître et appliquer les ressources utiles à son traitement, résoudre les tâches problématiques, organiser le traitement de la situation, la traiter et un porter jugement critique sur les résultats.	La réponse à la question témoigne d'un traitement réussi de la situation. La réponse peut aussi être un jugement critique porté sur les résultats d'un traitement d'une situation La personne est amenée à analyser une situation, à y rechercher des éléments pertinents, à opérer un traitement et poser un jugement sur la production issue du traitement de la situation.

Fait à Yamoussoukro le 21 septembre 2016

LE GUIDE D'EXECUTION DU PROGRAMME

Un guide correspond de près aux contenus et aux habiletés précisées dans le programme éducatif auquel il correspond. Alors que le programme éducatif se limite strictement aux éléments curriculaires, le guide apporte les aspects pédagogiques et didactiques essentiels dont l'enseignant a besoin pour mettre en pratique le prescrit du programme éducatif.
Un guide pédagogique décrit en face de chacune des rubriques du programme éducatif ce que met en place l'enseignant pour que les apprenants puissent réaliser les activités prescrites dans le programme éducatif.

Les guides d'exécution des programmes présentent une certaine variabilité d'une discipline à une autre car, alors que les programmes éducatifs sont pédagogiquement et didactiquement neutres, les guides dépendent forcément d'orientations pédagogiques et didactiques précises.

LA STRUCTURE DU GUIDE D'EXECUTION DU PROGRAMME
Le guide d'exécution du programme éducatif comprend trois (3) composantes : la progression, les propositions et suggestions pédagogiques et moyens.

1- LA PROGRESSION

		4 heures par semaine		
Mois	**Sem.**	**Thèmes**	**Leçons**	**Vol. H**
sept	**1 2**	**Calcul littéral**	**Calcul littéral**	**8h**
octobre	**3**		**Séance de régulation**	**2h**
	3 4	**Activité numérique**	**Racines carrées**	**6h**
	5		**Séance de régulation**	**2h**
	5 6 7	**Configurations du plan**	**Triangle rectangle**	**10h**
novembre	**8**		**Séance de régulation**	**2h**
	8 9	**Configurations du plan**	**Propriétés de thalès dans le triangle**	**6h**
	10		**Séance de régulation**	**2h**
décembre	**10 11 12**	**Activité numérique**	**Calcul numérique**	**10h**
	13		**Séance de régulation**	**2h**
janvier	**13 14**	**Configurations du plan**	**Angles inscrits**	**6h**
	15		**Séance de régulation**	**2h**
	15	**Géométrie**	**Vecteurs**	**6h**

	16	analytique		
	17		Séance de regulation	2h
		Calcul littéral	Equations et inéquations dans IR	4h
février	18		Séance de régulation	2h
	19	Géométrie analytique	Coordonnées de vecteurs	6h
	20		Séance de régulation	2h
Mars	21	Géométrie analytique	Equation de droites	6h
	22		Séance de régulation	2h
	23	Organsation de données	Statistique	6h
Avril	24		Séance de régulation	2h
	25	Calcul littéral	Equations et inéquations dans IR×IR	8h
	26		Séance de régulation	2h
	27	Configurations de l'espace	Pyramides et cônes	6h
	28		Séance de régulation	2h
Mai	29	Organisation de données	Applications affines	6h
	30			
	31		Séance de régulation	2h
		Révision		2h

2- LES PROPOSITIONS ET SUGGESTIONS PEDAGOGIQUES ET MOYENS

LEÇON 4 : Angles 6ème

CONTENUS	CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITÉS	TECHNIQUES PÉDAGOGIQUES	MOYENS ET SUPPORTS DIDACTIQUES
• Présentation d'un angle. - notation d'un angle • Vocabulaire : - sommet, côtés d'un angle • Angle nul, angle plat, angle droit, angle aigu et angle obtus • Mesure en degrés d'un angle • Bissectrice d'un angle - définition	• Utiliser correctement le rapporteur pour mesurer un angle en degré • Utiliser correctement le rapporteur et la règle pour construire la bissectrice d'un angle	• Travail de groupe • Travail individuel • Manipulation (pliage de feuille …) • Observation • Exploiter des situations d'illusions d'optiques pour susciter le besoin de justifier (angles de même mesure)	• Manuel • Règle • Rapporteur • Compas

Synthèse sur l'importance des différents éléments du programme éducatif et du guide

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">Structure du programme et du guide</th><th>Importance</th></tr>
<tr><td rowspan="8">Programme éducatif</td><td colspan="2">Profil de sortie</td><td>-Un PS oriente le contenu d’un programme éducatif
-Un PS oriente le contenu d’un programme éducatif
- le PS oriente une évaluation certificative</td></tr>
<tr><td colspan="2">Domaine des sciences</td><td>favorise l’interdisciplinarité</td></tr>
<tr><td colspan="2">Régime pédagogique</td><td>précise la durée des enseignements d’une discipline et son taux horaire par rapport à l’ensemble des disciplines</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Corps du programme</td><td>Compétence</td><td>comporte des tâches qui convoquent des éléments de la discipline ou du domaine du programme</td></tr>
<tr><td>Thème</td><td>Regroupe des contenus comportant plusieurs leçons</td></tr>
<tr><td>Leçon</td><td>Donne les contenus d’enseignement /apprentissage</td></tr>
<tr><td>Situation</td><td>Permet d’installer une notion
Donne du sens à l’enseignement/apprentissage</td></tr>
<tr><td>Tableau des habiletés et contenus</td><td>Précise les contenus et les action à mener</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Guide d’exécution du programme éducatif</td><td colspan="2">Progression</td><td>Donne l’ordre d’exécution des leçons, le volume horaire et aide à planifier le travail</td></tr>
<tr><td colspan="2">Proposition de suggestion et de moyen</td><td>Donne les contenus de la leçon et des consignes à suivre pour mener à bien l’enseignement</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fiche de cours</td><td>Donne un modèle de fiche</td></tr>
</table>

MODULE 3

DIFFERENTS TYPES
DE RAISONNEMENTS AU COLLEGE

NIVEAU SIXIEME

Le Tableau ci-dessous présente quelques propriétés du cours et le type raisonnement utilisé pour soit les démontrer ou les utiliser pour démontrer d'autres propriétés en classe. La liste proposée n'est donc pas exhaustive.

	THEMES				
Types de raisonnement mis en œuvre	**Configurations du plan**	**Configurations de l'espace**	**Transformations du plan**	**Activités numériques**	**Organisation des données**
Raisonnement déductif (direct)	▪ Propriétés des droites parallèles et perpendiculaires ▪ Construction à la règle et au compas d'un triangle connaissant les longueurs de ses côtés ▪ Propriétés du parallélogramme ▪ Propriétés du triangle isocèle ▪ Propriétés du triangle équilatéral ▪ Propriétés du triangle rectangle	▪ Construction du patron d'un pavé droit ▪ Construction du patron d'un cylindre droit	▪ Propriétés des figures symétriques par rapport à un point	▪ Multiple d'un entier naturel ▪ Divisibilité d'un entier naturel par un entier naturel donné ▪ Réduction de deux fractions au même dénominateur	▪ Propriétés de linéarité de grandeurs proportionnelles ▪
Raisonnement par contre-exemple				▪ Justification qu'une liste donnée n'est pas la liste de multiples consécutifs d'un entier naturel	▪ Justification qu'un tableau donné n'est pas un tableau de proportionnalité
Raisonnement par disjonction des cas				▪ Comparaison d'une fraction à l'unité	

NIVEAU CINQUIEME

Le Tableau ci-dessous présente quelques propriétés du cours et le type raisonnement utilisé pour soit les démontrer ou les utiliser pour démontrer d’autres propriétés en classe. La liste proposée n’est donc pas exhaustive.

	THEMES				
Types de raisonnement mis en œuvre	**Configurations du plan**	**Configurations de l’espace**	**Transformations du plan**	**Activités numériques**	**Organisation des données**
Raisonnement déductif (direct)	▪ Propriétés des angles complémentaires, supplémentaires ▪ Propriétés caractéristiques d’un segment, de la médiatrice d’un segment ▪ construction de la bissectrice au compas ▪ Propriétés des parallélogrammes particuliers ▪ Propriétés des triangles isocèle, équilatéral et rectangle ▪ Propriétés du cercle circonscrit à un triangle quelconque ; un triangle rectangle	▪ Construction d’un patron d’un prisme droit	▪ Propriétés des figures symétriques par rapport à une droite	▪ Propriétés des nombres entiers naturels premiers ▪ Résolution de l’équation du type $x + b = a$ ▪ Traduction d’une division euclidienne ▪ Encadrement d’un entier naturel par deux multiples consécutifs d’un entier naturel ;d’une fraction par deux décimaux consécutifs de même ordre	▪ Détermination graphique d’un coefficient de proportionnalité ▪ Interprétation d’un diagramme à bandes, en bâtons
Raisonnement par contre-exemple				▪ Justification qu’une liste donnée n’est pas la liste des nombres premiers inférieurs à un entier naturel donné	▪ Justification qu’un graphique donné n’est pas la représentation graphique d’un tableau de proportionnalité

Raisonnement par disjonction des cas	▪ Régionnement du plan par un cercle ▪ Régionnement du plan par la médiatrice d'un segment			▪ Rangement de nombres décimaux relatifs	

NIVEAU QUATRIEME

Le Tableau ci-dessous présente quelques propriétés du cours et le type raisonnement utilisé pour soit les démontrer ou les utiliser pour démontrer d'autres propriétés en classe. La liste proposée n'est donc pas exhaustive.

	THEMES				
Différents types de raisonnement	**Configurations du plan**	**Configurations de l'espace**	**Transformations du plan**	**Activités numériques**	**Organisation des données**
Raisonnement déductif (direct)	▪ Propriétés des angles alternes-internes et correspondants ▪ Propriétés des arcs et cordes de même longueur dans un cercle ▪ Propriétés de la bissectrice d'un angle ▪ Propriétés des hauteurs, des médiatrices et bissectrice d'un triangle ▪ Propriétés relatives à une égalité vectorielle ; à la caractérisation vectorielle d'un parallélogramme, du milieu d'un segment, de l'alignement de points et du parallélisme de droites.	▪ Représentation de pavé droit, de prisme droit et de cylindre droit en perspective cavalière	▪ Propriétés relatives aux images de figures planes par une translation ▪ Propriétés relatives aux images de figures planes par une symétrie	▪ Développement d'une expression littérale ▪ Factorisation d'une expression littérale ▪ Résolution d'une équation ▪ Résolution d'une inéquation	▪ Construction d'un diagramme semi-circulaire ▪ Interprétation de diagramme semi-circulaire
Raisonnement par contre-exemple				▪ Vérification qu'un nombre n'est pas	

				solution d'une équation ▪ Vérification qu'un nombre n'est pas solution d'une inéquation	
Raisonnement par disjonction des cas	▪ Position relative d'un cercle et d'une droite				

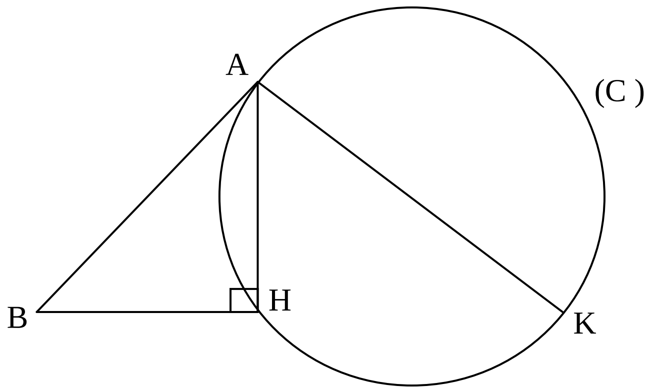
NIVEAU TROISIEME

Le Tableau ci-dessous présente quelques propriétés du cours et le type raisonnement utilisé pour soit les démontrer ou les utiliser pour démontrer d'autres propriétés en classe. La liste proposée n'est donc pas exhaustive.

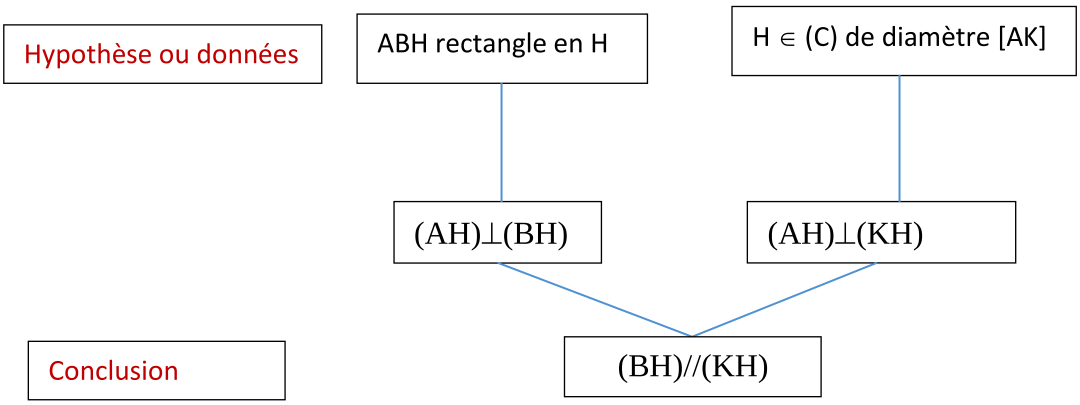
	THEMES				
Différents types de raisonnement	**Configurations du plan**	**Configurations de l'espace**	**Transformations du plan**	**Activités numériques**	**Organisation des données**
Raisonnement déductif (direct)	▪ Propriétés métriques dans un triangle rectangle ▪ Propriétés trigonométrique dans un triangle rectangle ▪ Propriétés de Thalès ▪ Propriétés des angles inscrits ▪ Propriétés de l'orthogonalité de deux vecteurs, la colinéarité de deux vecteurs et la distance de deux points ▪ Propriétés des positions relatives de deux droites connaissant leurs coefficients directeurs	▪ Construction d'un patron d'une pyramide régulière ▪ Construction d'un patron d'un cône de révolution	▪ Détermination d'une fonction affine ▪ Représentation d'une graphique d'une fonction affine	▪ Résolution d'équation ▪ Résolution d'inéquation ▪ Encadrement de somme, de différence, de produit et de quotient de deux nombres	
Raisonnement par contre-exemple				▪ Justification de $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$	
Raisonnement par disjonction des cas	▪ Propriété des angles inscrits ▪ Propriété de Thalès		▪ Sens de variation d'une application affine	▪ Valeur absolue d'un nombre réel	

DEMONTRER EN UTILISANT UN RAISONNEMENT DIRECT

Dans la figure ci-contre, le triangle ABH est rectangle en H.
[AK]est un diamètre du cercle (C) et H appartient à (C).
Démontrons que les points B, H et K sont alignés



Le triangle ABH est rectangle en H, on en déduit (AH)⊥(BH).
H appartient au cercle (C) de diamètre [AK] on en déduit que le triangle AKH est rectangle en H.
De ce dernier résultat on déduit que (AH)⊥(KH).
(AH)⊥(BH) et (AH)⊥(KH) donc (BH)//(KH).



Les points B, H et K sont alignés puisque deux droites parallèles qui ont un point en commun sont confondues.

DÉMONTRER EN PRODUISANT UN CONTRE-EXEMPLE

Démontrons que la proposition ci-dessous est fausse :

« **si la somme de deux nombres non nuls n'est pas nulle, alors l'inverse de cette somme est égal à la somme des inverses des deux nombres** »

Soit $a = 1$ et $b = 2$ on a $1 + 2 = 3$ et $3 \neq 0$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5$

$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{3} = 0{,}33\ldots$

$1{,}5 \neq 0{,}33$ donc $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$.

<u>Conclusion</u>

Il existe deux nombres non nuls *a* et *b*, de somme non nulle, tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$.

RAISONNEMENT PAR DISJONCTION DE CAS

Déterminons l'ordre de deux nombres de même signe et de leurs carrés

Soient *a* et *b* deux nombres de même signe, tels que $a<b$.

1er cas: *a* et *b* sont tous les deux négatifs.

Alors, $a<b$ et $a< 0$, donc $a\times a>b \times a$

$a<b$ et $b< 0$, donc $b\times a>b \times b$

Donc par **transitivité de la relation d'ordre,** $a^2> b^2$

2èmecas :*a* et *b* sont tous les deux positifs.

Alors, $a<b$ et $a> 0$, donc $a\times a<b \times a$

$a<b$ et $b> 0$, donc $b\times a<b \times b$

Donc par **transitivité de la relation d'ordre,** $a^2< b^2$

Conclusion :

Si *a* et *b* sont tous les deux négatifs et $a < b$ alors $a^2 > b^2$.

Si *a* et *b* sont tous les deux positifs et $a < b$ alors $a^2 < b^2$.

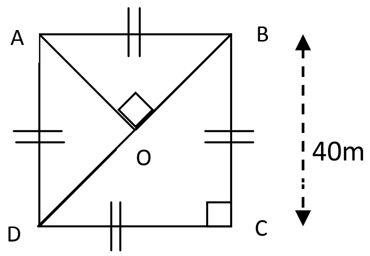
MODULE 4

SITUATION D'EVALUATION
ET
SITUATION D'APPRENTISSAGE

SOMMAIRE

Module 2 **SITUATION D'EVALUATION ET SITUATION D'APPRENTISSAGE**

Etude comparative de la situation d'apprentissage et de la situation d'évaluation

	Situation pour l'apprentissage	**Situation pour l'évaluation**
Exemple	Pour la kermesse organisée par les élèves de troisième du Lycée Félix Houphouët-Boigny de KORHOGO, le comité d'organisation décide de louer du matériel de sonorisation pour une journée. Il s'adresse à deux fournisseurs. Le premier fournisseur propose deux tarifs différents: *Tarif 1* Le matériel est cédé pour 5 000 F CFA l'heure avec une caution de 10 000 F CFA. *Tarif 2* Le matériel est cédé à un prix forfaitaire de 50 000 F CFA pour le temps de la manifestation. Le deuxième fournisseur propose un tarif unique : 7 000 F CFA l'heure pour le temps de la manifestation. Vu ses moyens limités, les élèves de troisième 4 décident de déterminer le tarif le plus avantageux selon la durée de la manifestation.	Les élèves du niveau $3^{ième}$ d'un lycée veulent faire de l'élevage de poulets et de lapins puis produire la tomate sur un terrain carré divisé en 3 parcelles. Chaque parcelle étant à une activité. Voir figure jointe. Ils souhaitent séparer les différentes parcelles par des rangées de briques mais ils réalisent qu'aucune estimation des distances n'est faite. 1-Justifie que les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ABD}$ mesure 45° 2-Calcul DB 3-Détermine AO en admettant que sin45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4-Encadrer le nombre $40\sqrt{2}$ par deux entiers consécutifs sachant que « $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$ » 
caractéristiques	**- Contexte** Pour la kermesse organisée par les élèves de troisième du Lycée Félix Houphouët-Boigny de KORHOGO, le comité d'organisation décide de louer du matériel de sonorisation pour une journée	**Contexte** Les élèves du niveau $3^{ième}$ d'un lycée veulent faire de l'élevage de poulets et de lapins puis produire la tomate sur un terrain carré divisé en 3 parcelles. Chaque parcelle étant à une activité
	Circonstance Vu ses moyens limités	**Circonstance** Ils souhaitent séparer les différentes parcelles par des rangées de briques mais ils réalisent

			qu'aucune estimation des distances n'est faite
		Tâches Déterminer le tarif le plus avantageux selon la durée de la manifestation.	**consignes** 1- Justifie que les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ABD}$ mesure 45° 2-Calcul DB 3-Détermine AO en admettant que sin45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4-Encadrer le nombre $40\sqrt{2}$ par deux entiers consécutifs sachant que « 1,414≤ $\sqrt{2}$ ≤ 1,415 »
Généralité	**Utilité**	Support de cours	Sujet d'exercice ou de devoir
	Définition	Ensemble de circonstances contextualisées qui inclut une série de tâches que l'apprenant est invité à réaliser.	Ensemble de circonstances contextualisées ayant déjà fait l'objet d'enseignement/apprentissage qui inclut des consignes directement adressées à l'apprenant
	Fonction	Organiser l'activité d'enseignement/apprentissage de la leçon ou des séances Orienter l'apprenant vers les tâches déclinées en termes d'habiletés et de contenus	Vérifier dans quelle mesure l'apprenant peut réaliser les tâches proposées dans le programme éducatif Amener l'apprenant à manifester ou non sa maîtrise des habiletés, connaissances et compétences.
	Caractéristiques/Composantes	- Contexte - Circonstances - Tâches	- Contexte - Circonstances - Consignes

Remarques

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE	SITUATIONS D'EVALUATION
• La mobilisation de la classe doit être clairement ressentie • Il faut un lien de cohérence et de nécessité entre la ou les tâches et la ou les circonstances. • La ou les circonstances doivent être claires, précises et concises. • Les tâches doivent s'articuler autour du tableau des habiletés et contenus. • Les apprenants doivent être au centre de la situation et non les enseignants. • L'amorce n'est pas à confondre avec la situation.	• La situation doit être réaliste et doit avoir du sens. • Les consignes doivent être les plus indépendantes possibles les unes des autres. Et cela doit être ressenti travers les verbes utilisés. • Toute consigne pouvant être traitée sans référence à l'énoncé est impertinente. • Le nombre de consignes ne peut excéder quatre (04) • Hiérarchiser les consignes en tenant compte du niveau taxonomique. • La formulation de la consigne doit se faire à la deuxième (2è) personne du singulier de l'impératif. • Il faut un lien de cohérence et de nécessité entre les consignes et la ou les circonstances. • La situation d'évaluation doit être de la même famille que celle d'apprentissage et non une copie conforme. • Ne pas insérer d'autres outils d'évaluation (QCM, Vrai ou faux,..) parmi les consignes.

MODULE 5

PREPARATION D'UNE LEÇON

SOMMAIRE

I-Fiche de leçon

Introduction

Enseigner dans un établissement d'enseignement conventionnel, impose un canevas à respecter. D'où la nécessité d'une préparation préalable du contenu à enseigner.
Où trouver ce qu'il faut enseigner, les activités pédagogiques à réaliser et la répartition chronologique du contenu à enseigner au cours d'une année scolaire ?

- **Le contenu à enseigner** se trouve dans le programme éducatif et dans des ouvrages que vous pouvez trouver en librairie.
- **Les activités pédagogiques à réaliser** se trouvent dans le guide d'exécution.
- **La répartition chronologique** se trouve dans la progression annuelle.

1- Canevas de la fiche de leçon

La fiche de leçon comprend deux grandes parties :

- la page de garde ;
- la page de déroulement de la leçon.

1.1 La page de garde

✓ **Page de garde d'une fiche de leçon selon l'APC et PPO**

Classe (s) :……………………………………………………………………………………….
Thème ……………………………..……………………………………………………..
Titre de la leçon: ……………………………………..………………………………………
Séance :……………………………………………………………………………………….
Durée :………………………………………………………………………………………

Tableau des habiletés et Contenus

Habiletés	Contenus

Situation d'apprentissage :………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

1.2 <u>La page de déroulement de la leçon</u>

- ✓ **la page de déroulement de la leçon selon la PPO**

ACTIVITES/ QUESTIONS PROFESSEUR	ACTIVITES/ REPONSES APPRENANT(E)S)	TRACE ECRITE	OBS

- ✓ **la page de déroulement de la leçon selon l'APC**

Moments didactiques/Durée	Stratégies pédagogiques	Activités de l'enseignant	Activités des élèves	Trace écrite
Présentation				
Développement				
Evaluation				

II- Les moments didactiques

Les moments didactiques sont les étapes de la construction des connaissances.

a) La phase de présentation.

C'est une phase au cours de laquelle on fait le rappel des prérequis.

L'enseignant doit mettre à la disposition des apprenants **une situation** (texte, graphique, image, etc.). L'enseignant doit s'assurer que les apprenants ont relevé les informations pertinentes de la situation : c'est le décodage de la situation. Il doit veiller à ce que les apprenants s'approprient la situation et qu'ils aient bien compris la tâche à réaliser. Il doit enfin motiver les apprenants à s'engager dans la résolution de la situation à travers la phase d'action.

b) La phase d'acquisition ou le développement

Au cours de ce moment didactique, se déroulent les phases d'action, de formulation et de validation et la phase d'institutionnalisation.

- **Phase d'action**

Dans la phase d'action, c'est l'apprenant qui résout lui-même la situation en sollicitant un modèle mathématique. L'enseignant se constitue en personne ressource. Les travaux de recherche des apprenants se font individuellement ou en groupe. Dans chaque groupe, il y a un modérateur et un rapporteur.

- **Phase de formulation**

Dans la phase de formulation, l'apprenant ou les rapporteurs des groupes (pas forcément tous) explicitent par écrit ou oralement la solution trouvée. On peut profiter pour faire une mise en commun des solutions proposées par les apprenants ou les groupes.

- **Phase de validation**

Dans la phase de validation qui suit, les apprenants produisent la preuve de leur solution. L'enseignant gère la discussion entre les apprenants pour faire émerger la solution validée de la situation. Ce moment didactique s'achève par une synthèse de l'activité. Cette synthèse est faite par les apprenants eux – mêmes avec éventuellement l'aide de l'enseignant.

- **Phase d'institutionnalisation**

Dans la phase d'institutionnalisation, c'est l'enseignant qui représente l'institution scolaire qui identifie les nouveaux savoirs et savoir – faire, précise les conventions et fait noter la trace écrite par les apprenants.

c) La phase d'évaluation.
Elle consiste à proposer un exercice de fixation à la fin de chaque séquence d'apprentissage.
En APC, l'évaluation des apprentissages est intégrée à la séance. Elle doit permettre de vérifier le niveau d'installation des contenus. Le cours en APC se terminera toujours par un ou des exercices de recherche ou une activité qui prolongera l'apprentissage

MODULE 6

ANIMATION D'UNE SEANCE DE COURS

I-Taches et conduites pendant le déroulement du cours

1-prérequis

Les prérequis sont un ensemble de connaissance et d'aptitudes dont l'acquisition est jugé indispensable pour aborder un nouvel apprentissage.

2- **Quelques tâches à faire dans le déroulement du cours**

- Gérer le temps
- Gérer le tableau (plan, activité,…)
- Poser des questions
- Contrôler les activités des élèves (tous les élèves)
- Motiver les élèves
- Veillé à la discipline dans la classe
- Gérer les erreurs des élèves
- Faire travailler tous les élèves

3-- Conduite à adopter dans l'animation de la classe

- Parler de sorte à se faire entendre et comprendre de tous
- Faire travailler tous les élèves
- Etre courtois
- Juste et honnête
- Bien écrire
- Etre positif vis-à-vis des élèves
- Détendre de temps en temps l'atmosphère de la classe

II-<u>LE SCHEMA DU COURS</u>

1-Les moments didactiques

a) La phase de présentation.

C'est une phase au cours de laquelle on fait le rappel des prérequis.

L'enseignant doit mettre à la disposition des apprenants **une situation** (texte, graphique, image, etc.). L'enseignant doit s'assurer que les apprenants ont relevé les informations pertinentes de la situation : c'est le décodage de la situation. Il doit veiller à ce que les apprenants s'approprient la situation et qu'ils aient bien compris la tâche à réaliser. Il doit enfin motiver les apprenants à s'engager dans la résolution de la situation à travers la phase d'action.

b)La phase d'acquisition ou le développement

Au cours de ce moment didactique, se déroulent les phases d'action, de formulation et de validation et la phase d'institutionnalisation.

Dans la phase d'action, c'est l'apprenant qui résout lui-même la situation en sollicitant un modèle mathématique. L'enseignant se constitue en personne ressource. Les travaux de recherche des apprenants se font individuellement ou en groupe. Dans chaque groupe, il y a un modérateur et un rapporteur.

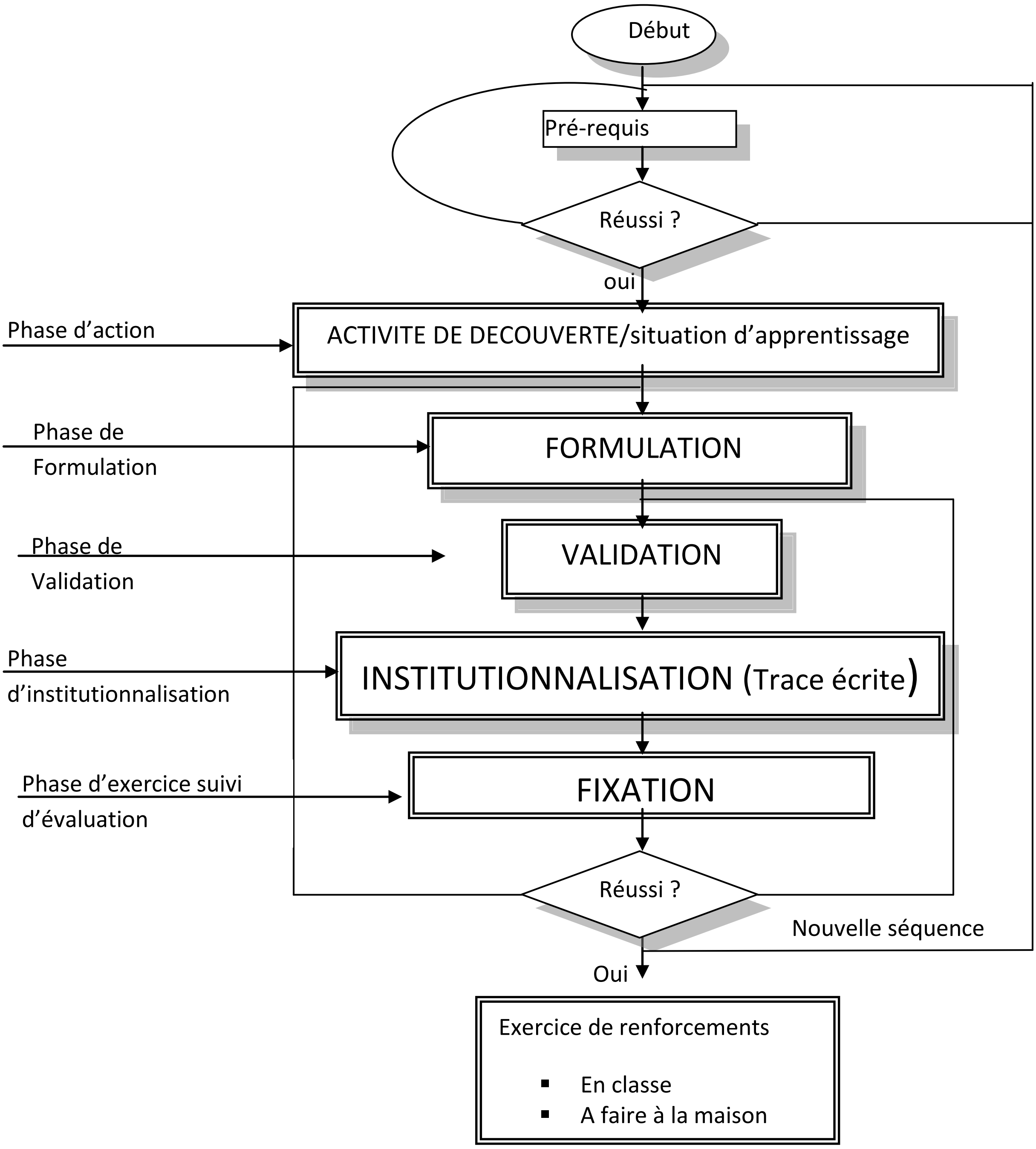
Dans la phase de formulation, l'apprenant ou les rapporteurs des groupes (pas forcément tous) explicitent par écrit ou oralement la solution trouvée. On peut profiter pour faire une mise en commun des solutions proposées par les apprenants ou les groupes.

Dans la phase de validation qui suit, les apprenants produisent la preuve de leur solution. L'enseignant gère la discussion entre les apprenants pour faire émerger la solution validée de la situation. Ce moment didactique s'achève par une synthèse de l'activité. Cette synthèse est faite par les apprenants eux – mêmes avec éventuellement l'aide de l'enseignant.

Dans la phase d'institutionnalisation, c'est l'enseignant qui représente l'institution scolaire qui identifie les nouveaux savoirs et savoir – faire, précise les conventions et fait noter la trace écrite par les apprenants.

c) La phase d'évaluation.
Elle consiste à proposer un exercice de fixation à la fin de chaque séquence d'apprentissage.
En APC, l'évaluation des apprentissages est intégrée à la séance. Elle doit permettre de vérifier le niveau d'installation des contenus. Le cours en APC se terminera toujours par un ou des exercices de recherche ou une activité qui prolongera l'apprentissage

2- Schéma de la conduite d'une séance de cours



MODULE 7

PREPARATION ET ANIMATION D'UNE SEANCE D'EXERCICES

I. PREPARATION D’UNE SEANCE D’EXERCICE

La préparation d’une séance d’exercice consiste à choisir des exercices afin de renforcer et évaluer l’enseignement dispenser, évaluer et renforcer l’apprentissage des élèves.

Une mauvaise sélection de ces exercices influence négativement la séance. Une grande majorité des élèves perd le goût de la recherche face aux exercices difficiles ou mal rédigés

Voici quelques étapes pour une bonne préparation :

- **Définir le(s) objectif(s) de la séance (compétences recherchées de façon globale) ;**

Les objectifs d’une séance d’exercice peuvent être variés :

- Apprendre à chercher (il s’agira alors de développer le goût de la recherche en mettant en place une méthodologie approprié) ;
- Résoudre un problème de la vie courante ;
- Mettre en place une nouvelle méthode de résolution de problème ;
- Mettre en place un nouveau mode de raisonnement ;
- Réguler le processus d’enseignement / apprentissage.

- **Lister les savoirs et savoir-faires et même des savoir-êtres à évaluer ;**

On fera recours au document EN

- **Choisir des exercices correspondant aux savoirs et savoir-faire ;**
- **Résoudre soi-même les exercices afin d’identifier les difficultés ;***

Il est conseillé de faire une rédaction-élève de chaque exercice proposé. Cela permet d’identifier les difficultés et d’envisager plusieurs pistes de résolution. Cette phase permet de préparer la gestion des erreurs, choix de stimuli, questionnement,…) c’est un tableau de bord qui favorise une bonne maîtrise de la séance d’exercices.

II- ANIMATION D’UNE SEANCE DE TRAVAUX DIRIGES

L’animation d’une séance d’exercices est différente de l’animation d’une leçon. Ici, l’élève est véritablement au centre de l’apprentissage, en collaboration avec ses pairs.

Les premières séances de l’année doit permettre au professeur d’organiser la classe et donner un rythme de travail aux élèves. L’animation est fonction de la préparation. Elle comporte des étapes distinctes et respecte un timing.

Ce qu’il faut faire

- Faire lire l’énoncé à haute voix par un élève ;
- Encourager chaque élève à la recherche (en lui apportant l’aide nécessaire) ;
- Donner quelques indications aux élèves qui ont du mal à démarrer ;
- Encourager l’élève qui faut un minimum d’effort ;
- Féliciter ceux qui sont sur le bon chemin ;
- Circuler dans la classe pour contrôler et apporter de l’aide aux élèves en difficultés ;
- Valoriser l’erreur ;

Faire comprendre aux élèves que l'erreur est permise et qu'à tous les niveaux on peut faire des erreurs dans le cadre de l'apprentissage. Le plus important est de pouvoir s'en rendre compte et de les analyser pour en détecter la source afin d'apporter des remédiassions plus profondes soutenues par des exercices de réinvestissement à proposer sur place.

- **Faire débloquer chaque difficulté à l'enseignant en enseignant les savoirs**

Procéduraux correspondants. Au cours de la séance d'exercice, le professeur, par sa vigilance, doit pouvoir classer ses élèves selon leur degré de compréhension. Selon cette classification, à la séance d'exercices, il proposera à ceux qui ont compris mais pour lesquels tous les aspects ne sont pas clairs, des exercices de renforcement. Enfin, ceux qui n'ont pas tout compris, il faut des exercices de fixation qui vont leur permettre de voir la leçon sous un autre angle.

Comportements et attitudes à éviter

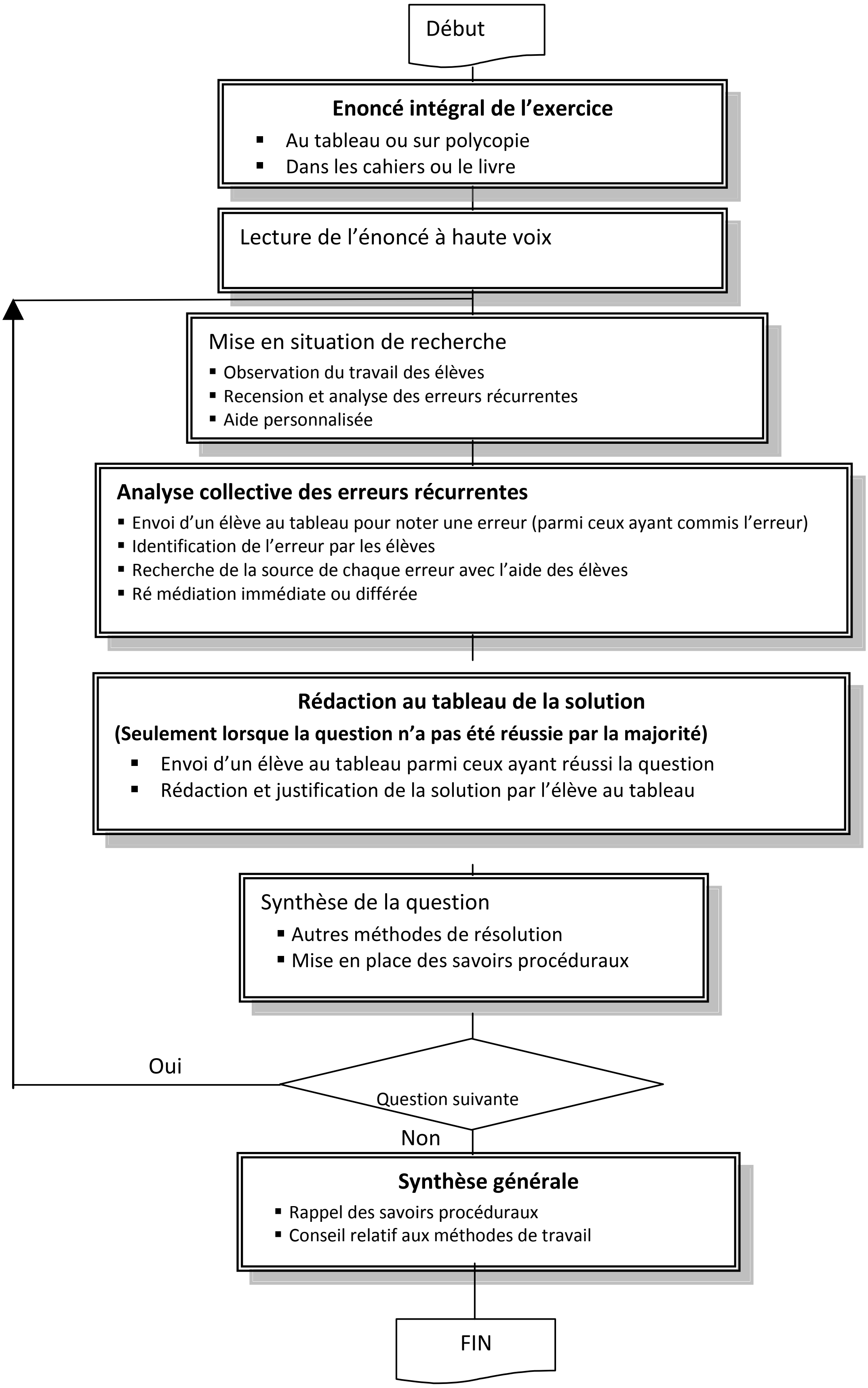
- S'asseoir pendant que les élèves cherchent
- Rejeter et de façon frustrante la réponse d'un élève
- Humiliiez un élève qui a dit une bêtise
- S'intéresser seulement à ceux qui réussissent
- Ne pas s'occuper de ceux qui ne cherchent pas
- Travailler avec un petit groupe
- Montrer un air suffisant aux élèves
- Imposer son point de vue
- Interroger de façon hasardeuse un élève au tableau
- Faire d'un élève au tableau un secrétaire ou l'ignorer.

III- Avantages et inconvénients liés au moment d'administration d'un exercice

Moment	**Avantages**	**Inconvénients**
Recherche des exercices en classe	- entraine l'élève à résoudre, un exercice en temps limité - le professeur à l'occasion d'observer directement les élèves en situation des recherche - permet au professeur d'apprécier le rythme de travail des élèves. - Permet au professeur d'apporter une aide personnalisé aux élèves - Permet une analyse en situation des erreurs des élèves - Facilite l'analyse des erreurs des élèves - Suscite le gout de la recherche - Améliore le rythme de travail des élèves - Permet à l'élève de s'auto-évaluer en temps réel - Entraine l'élève au travail de groupe	- Le temps de recherche limité peut être source de frustration pour les élèves qui ont un rythme de travail lent

Recherche des exercices à la maison	- Exerce l’élève à chercher sans aide extérieures - Développe l’autonomie de l’élève - Développe le sens de responsabilité de l’élève - Entraine l’élève à organiser son temps d’étude - Exerce l’élève à rédiger avec soin et rigueur	- L’élève peut ne pas chercher lui-même - L’absence de l’aide du professeur peut être source de découragement - Réduit le temps de repos de l’élève

Conduite d'une séance de travaux dirigés



MODULE 8

EVALUATION DES APPRENTISSAGES

SOMMAIRE

I- Généralité sur l'évaluation

1-Evaluation pédagogique, objectifs et moments

Étymologiquement, le terme évaluation signifie « déterminer la valeur de quelque chose ».
« L'évaluation est une méthode qui permet d'évaluer un résultat et donc de connaître la valeur d'un résultat qui ne peut pas être mesuré. »
« Opération qui consiste à estimer, à apprécier, à porter un jugement de valeur ou à accorder une importance à une personne, à un processus, à un événement, à une institution ou à tout objet à partir d'informations qualitatives et/ou quantitatives et de critères précis en vue d'une prise de décision.
Évaluer, c'est comprendre, éclairer l'action de façon à pouvoir décider avec justesse de la suite des événements. » (Renald LEGENDRE - Dictionnaire actuel de l'éducation, 1993 - GUÉRIN / ESKA).
« Démarche ou processus conduisant au jugement et à la prise de décision. Jugement qualitatif ou quantitatif sur la valeur d'une personne, d'un objet, d'un processus, d'une situation ou d'une organisation, en comparant les caractéristiques observables à des normes établies, à partir de critères explicites, en vue de fournir des données utiles à la prise de décision dans la poursuite d'un but ou d'un objectif. »(Renald LEGENDRE - Dictionnaire actuel de l'éducation, 1993 - GUÉRIN / ESKA).

Pour François Muller, l'évaluation est un « processus (1) par lequel on définit (2), obtient (3) et fournit (4) des informations (5) utiles (6) permettant de juger les décisions possibles (7).
« L'***évaluation pédagogique*** peut être définie comme le processus systématique visant à déterminer dans quelle mesure des objectifs éducatifs sont atteints par des élèves ». (D.E.R.P, Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche pédagogique)
L'évaluation fait partie intégrante du processus d'apprentissage et du développement des compétences. Sa fonction est de soutenir l'apprentissage et de fournir des informations sur l'état de développement d'une ou de plusieurs compétences.

2-Les moments de l'évaluation

Avant, pendant, à la fin de l'apprentissage/formation

3-Types d'évaluation

a- L'évaluation formative
Aide à l'apprentissage.

« Evaluation continue des processus d'apprentissage, elle a pour but d'informer l'apprenant puis l'enseignant sur le degré d'atteinte des objectifs. » (Rieunier, Pédagogie, dictionnaire des concepts clés, 1978)
L'évaluation formative « est une évaluation intervenant, en principe, au terme de chaque tâche d'apprentissage et ayant pour objet d'informer du degré de maîtrise atteint et / ou découvrir où, et en quoi, un, des, les élèves éprouvent des difficultés d'apprentissage non sanctionnées comme erreurs ; en vue de proposer ou de faire découvrir des stratégies susceptibles de permettre une progression (remédiations). » (Vandevelde)

L’enseignement, l’apprentissage et l’évaluation ne sont pas envisagés en séquence, comme des moments distincts de la démarche pédagogique, mais plutôt dans leur interaction dynamique au sein de cette démarche.

L’évaluation est considérée comme partie intégrante du processus d’apprentissage. Sa fonction principale n’est pas de sanctionner la réussite ou l’échec, mais de soutenir la démarche d’apprentissage des élèves et d’orienter ou de réorienter les interventions pédagogiques de l’enseignant ou de l’enseignante; elle permet la prise de décision pour ce qui concerne la conduite du professeur et la démarche de l’élève.

L'évaluation formative s'inscrit dans une approche constructiviste de l'apprentissage et s'apparente à un processus d'accompagnement. Elle représente toutes les formes d’évaluation pédagogique proposées pendant une séquence d’apprentissage et qui ont vocation à donner un feedback, à l’apprenant et à l’enseignant, sur le déroulement de l’apprentissage et le processus d'apprentissage, en fournissant des informations pertinentes pour la régulation des conditions de l’apprentissage et l’adaptation, l'ajustement des activités pédagogiques aux caractéristiques des élèves.

Cette évaluation est donc **profitable** :

- ***à l'apprenant*** : pour lui indiquer les étapes qu'il a franchies, les difficultés qu'il rencontre, ses acquis, ses lacunes, ses forces, ses faiblesses, les connaissances à ajuster, pour l'aider à repérer, comprendre, interpréter, corriger ses erreurs.

- ***à l'enseignant*** : pour lui indiquer comment se déroule son programme pédagogique et quels sont les obstacles auxquels il se heurte, pour lui permettre de vérifier la compréhension des notions qui viennent d’être abordées. Pour savoir ce que l’apprenant a compris, acquis, sur quoi il bute, comment il apprend, ce qui l’aide ou le perturbe, l’intéresse ou l’ennuie, etc.

Ce type d'évaluation s'intéresse donc davantage aux démarches de l’apprenant et/ou de réalisation des produits plutôt qu’aux critères de performance de l’apprenant et/ou de réussite des produits.

« Pendant la totalité d’une période consacrée à une unité de formation, les procédures d’évaluation formative sont intégrées aux activités d’enseignement et d’apprentissage. Par l’observation des élèves en cours d’apprentissage, on cherche à identifier les difficultés dès qu’elles apparaissent, à diagnostiquer les facteurs qui sont à l’origine des difficultés de chaque élève et à formuler, en conséquence, des adaptations individualisées des activités pédagogiques.

Dans cette optique, toutes les interactions de l’élève (avec le maître, avec d’autres élèves, avec un matériel pédagogique) constituent des occasions d’évaluation (ou d’auto-évaluation) qui permettent des adaptations de l’enseignement et de l’apprentissage. La régulation de ces activités est donc de nature interactive. Le but est d’offrir une « guidance » individualisée en cours d’apprentissage plutôt qu’une remédiation à posteriori. » (L.Allal, J.Cardinet & P. Perrenoud, 1979).

Dans une approche formative, l'erreur n'est plus considérée comme une lacune ou un manque, mais « permet de comprendre la logique de l'élève. Elle devient le moteur de l'apprentissage par le travail qu'elle suscite. L'enseignant peut ainsi amener l'élève à prendre conscience des procédures et des connaissances utilisées et l'aider à construire de nouvelles stratégies ». (Pierrette Jalbert et Joanne Munn)

Dans le processus enseignement-apprentissage, et pour une bonne évaluation, il est important que soient définis précisément les objectifs poursuivis. Différents systèmes de classification d’objectifs existent comme, par exemple, la taxonomie des objectifs pédagogiques de Bloom..

b- Évaluation sommative - Évaluation certificative

Reconnaissance des compétences.

Évaluation intervenant au terme d'un ensemble de tâches d'apprentissage constituant un tout, à la fin d’un enseignement, à la fin d'un cycle. Elle permet aux enseignants de dresser un bilan des apprentissages (où l'élève se situe-t-il ?) ou de prendre une décision d'orientation ou de sélection en fonction des acquis.

« L'évaluation sommative attribue une note chiffrée à une performance jugée représentative de l'apprentissage terminé, et ceci aux fins de classer ou de sélectionner les élèves. La procédure ne poursuit donc plus, en théorie, aucun dessein pédagogique, mais répond à des exigences administratives, institutionnelles et sociales.» (M. Minder)

Cette évaluation bilan s’intéresse aux résultats et aux produits qu’on appréhende avec un référentiel élaboré au préalable afin de répondre à une demande de vérification et/ou de contrôle de la progression de l’élève. Cette évaluation permet à l'enseignant de s’assurer que le travail des élèves correspond aux exigences préétablies par lui et par le programme pédagogique. Elle permet de situer les performances de l’élève par rapport à une norme.

L'**évaluation certificative** est une évaluation sommative qui vise la délivrance d’un diplôme, d’un certificat attestant des capacités et compétences de l'apprenant.

II- LES CONTROLES CONTINUS

Dans l’enseignement secondaire, le contrôle continu se fait sous différentes formes : les interrogations (écrites ou orales) et les devoirs (surveillés ou libres).

a) Les interrogations écrites

Elles permettent un contrôle rapide des acquisitions et encouragent l’élève à revoir périodiquement les définitions et les propriétés ou plus généralement les notions les plus souvent utilisés (mises en place).

Le texte de l’interrogation écrite devrait être conçu de telle façon que l’élève qui apprend régulièrement ses leçons, qui refait à la maison les exercices qu’il n’a pas su traiter en classe, puisse obtenir une note supérieure ou égale à 10 sur 20.

Elles seront courtes (donc comporteront des questions courtes et indépendantes). Elle dure environ un quart d’heure. En principe, les interrogation écrites seront des « interrogations surprises » et porteront :

- Soit sur les habiletés de la dernière ou des deux dernières leçons ;
- Soit leur les pré-requis de la leçon du jour (la liste de ces derniers étant fournie avant chaque leçon aux élèves).

Les normes normales du contrôle continu prévoient, suivant le niveau, de deux à trois interrogations écrites par trimestre. Rien n’interdit d’en faire plus ; c’est pratique et c’est efficace.

b) Les interrogations orales

En début de leçon, l'interrogation orale permet de contrôler les pré requis de la leçon du jour. Elle peut être accompagnée d'une note, s'il ne s'agit d'évaluer les acquis des classes précédentes.

En cours de leçon, l'interrogation écrite est un stimulus destinés à accroître la participation de l'élève. C'est pourquoi la note attribuée doit être une note de motivation et d'encouragement à l'effort de recherche et d'expression orale. Elle évalue également la compréhension l'élève en cours d'apprentissage et permet ainsi d'ajuster l'intervention ultérieure.

Il est souhaitable d'en faire de façon permanente (au moins deux élèves par séance) de sorte que chaque élève ait une note d'interrogation orale par trimestre.

c) Le devoir surveillé

Le devoir surveillé permet de connaître, au terme d'une période relativement courte (3 semaines ou 1 mois), les notions maîtrisées par les élèves. Il évalue l'élève, mais il doit être aussi l'ultime recours pour intervenir sur les difficultés qu'il révèle.

d) Les devoirs communs

Les devoirs communs permettent de situer l(élève et sa classe dans une population plus grande. Il permet également de faire le bilan des acquisitions des élèves sur une période relativement longue.

Ils seront donc constitués d'exercices assez courts et indépendant les uns des autres et porteront, encore plus qu'un simple devoir surveillé, sur des objectifs terminaux importants. Ils sont rédigés avec le plus grand soin par une équipe de professeur de l'Unité Pédagogique.

Dans le cas où les professeurs ont accepté de brasser les copies, l'animateur de l'Unité Pédagogique calculera la moyenne générale des notes et l'écart type. Chaque professeur calculera la moyenne de la classe dont il a corrigé les copies. Un diagramme global et un diagramme par classe représentant les distributions des notes obtenues permettront de tirer des conclusions.

e) Devoirs et exercices de maison

Ils permettent aussi d'attribuer des notes aux élèves. Ils donnent à l'élève l'occasion d'apprendre à chercher puis à rédiger les résultats trouvés avec le maximum de soin. On insistera particulièrement sur cette rédaction qui compense, en quelque sorte le manque relatif de soin dans la rédaction au cours d'un devoir en temps limité. Il favorise en outre, la recherche en groupe et des échanges d'idées entre élèves. On contrôlera cependant l'apport personnel de l'élève au groupe de travail au moyen d'une interrogation.

f) Les sujets d'examen

Les sujets d'examen sont des devoirs surveillés au niveau régional ou national. Ils respectent les critères officiels d'élaboration des sujets du BEPC et du BAC (voir document ci-joint).

III- Quelques types d'exercice

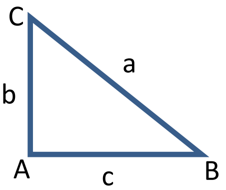
Exercices	**Objectifs**	**caractéristiques**	**Moments d'administration**
Exercice de fixation	Vérifier si une habileté mise en place est oui ou non acquise	Questions de connaissance, de compréhension ou d'application	Au cours d'une leçon, juste après la mise en place d'une habileté
Exercice de renforcement ou d'entrainement	Vérifier si l'apprenant peut mettre en oeuvre plusieurs habiletés d'une même leçon pour résoudre un exercice	• Questions de connaissance, de compréhension, d'application ou traitement de situation • Les questions portent sur des habiletés d'une même leçon • Est contextualisé ou non.	Après la mise en place de plusieurs habiletés, à la fin ou avant la fin d'une léçon
Exercice d'approfon-dissement	Vérifier si l'apprenant peut mettre en oeuvre plusieurs habiletés de plusieurs leçons pour résoudre un exercice	• Questions de connaissance, de compréhension, d'application ou traitement de situation • Les questions portent sur des habiletés de plusieurs leçons • Est contextualisé ou non	Après plusieurs leçons
Exercice de recherche	Mettre en exergue une méthode particulière de résolution d'un exercice	• Questions ouvertes • Est contextualisé ou non	Après une ou plusieurs leçons en classe ou à la maison
Situation d'évaluation	• Contextualiser l'enseignement/apprentissage • Vérifier la capacité de l'apprenant à faire un transfert	Contexte, circonstances et taches déclinées en consignes	• Après la mise en place de plusieurs habiletés d'une leçon. • A la fin d'une leçon. • A la fin de plusieurs leçons

IV-Les tests **objectifs et tests subjectifs**

<u>1-Différents types de tests objectifs</u>

1-a-La question à choix multiples ou QCM

Une seule réponse juste à choisir parmi trois ou quatre réponses proposées.
Exemple
Pour chacune des questions, écris sur ta copie le numéro de la question et la lettre A, B, C ou D correspondant à la réponse juste.

N°	Question	A	B	C	D
1	ABC est un triangle rectangle en A.  Laquelle de ces égalités ci-contre est juste ?	$a^2 = b^2 - c^2$	$b^2 = a^2 + c^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	$a^2 = b^2 + c^2$
2	Soient trois points A, B et C non alignés. Laquelle de ces égalités ci-contre est juste ?	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$	**AB+ BC = AC**	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

1-b-Le réarrangement

Regroupement ou classification à thème / organisation chronologique à établir à partir d'une proposition non ordonnée.

Exemple

Ordonne ces groupes de mots pour obtenir une propriété Mathématique :

à une droite donnée / deux droites sont parallèles / si elles sont perpendiculaires

1-c-L'appariement

Etablissement d'une correspondance / Association de données par paire et quelques fois par triplets.

Exemple

Relie un élément de la colonne 1 à un élément de la colonne 2 pour obtenir une propriété correcte.

Colonne 1	Colonne 2
Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un…..	Carré
Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un…….	Rectangle
Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un…….	Parallélogramme
Un rectangle dont les côtés ont la même longueur est un……	losange
	Triangle

1-d-L'alternative

Item invitant à choisir une réponse tranchée entre deux propositions possibles : oui/non ; vrai/faux.

Exemple

Coche la case qui convient :

$12{,}3\times10^{-2}$ est une notation scientifique vrai □ faux □

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ vrai □ faux □

Le test de closure

Texte composé avec des parties vides à combler par des mots proposés préalablement.

Exemple

Remplace les pointillés par le mot qui convient : parallèles, perpendiculaires ;

Deux droites ……………………………à une même droite sont ……………………………

2-Test subjectif

Exemple

Exercice
Un automobiliste a une vitesse moyenne de 105 km/h sur autoroute. Il effectue un trajet en 2 h 40 min.
1- Calcule la longueur du trajet.
Il doit parcourir à la même vitesse un trajet de 140 km.
2- Calcule le temps qu'il mettra.

V

NOUVEAU FORMAT DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES AU BEPC

L'épreuve de Mathématiques à l'examen du BEPC est conçue de façon à couvrir toutes les compétences déclinées à partir du profil de sortie des élèves à la fin du 1er cycle de l'enseignement secondaire.

I- REFERENTIEL DE COMPETENCES

Le référentiel de compétences se décline comme suit :

- Compétence 1 : Traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux distances, au triangle rectangle, aux propriétés de Thalès dans le triangle, aux vecteurs, aux coordonnées d'un vecteur, aux équations de droites, aux angles inscrits, aux pyramides et cônes.

- Compétence 2 : Traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ et à l'organisation de données.

L'épreuve de mathématiques au BEPC évalue chez les apprenants les habiletés du programme selon les niveaux taxonomiques suivants : la connaissance, la compréhension, l'application et le traitement de situation.

II- STRUCTURE DE L'EPREUVE

L'épreuve de mathématiques comprend six (6) exercices dont les contenus prennent en compte les deux compétences au programme :

- Exercice 1 : Test objectif portant sur des habiletés de niveaux taxonomiques 1 et 2 relatives à plusieurs leçons de la compétence 2 ;
- Exercice 2 : Test objectif portant sur des habiletés de niveaux taxonomiques 1 et 2 relatives à plusieurs leçons de la compétence 1 ;
- Exercice 3 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 2 ;
- Exercice 4 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 1 ;
- Exercice 5 : Exercice d'approfondissement ;
- Exercice 6 : Situation d'évaluation.

INDICATIONS

- Un exercice de renforcement est un exercice qui porte sur plusieurs habiletés d'une même leçon. Il prend en compte les trois premiers niveaux de la taxonomie en vigueur.
- Un exercice d'approfondissement est un exercice qui porte sur plusieurs habiletés de plusieurs leçons. Il prend en compte les trois premiers niveaux de la taxonomie en vigueur.
- Les exercices de renforcement et d'approfondissement ne doivent pas être contextualisés.
- L'exercice d'approfondissement porte sur une compétence différente de celle de la situation d'évaluation.
- L'épreuve doit être équilibrée par rapport aux deux compétences et doit respecter l'ordre décrit plus haut.
- La situation d'évaluation prend en compte le niveau «Traiter une situation» de la taxonomie en vigueur.
- Chacun des exercices 1 et 2 portera sur un seul type de tests objectifs.
- Les six exercices doivent porter sur des leçons différentes afin de permettre une évaluation la plus large possible du programme.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
MAHO THEODORE GUEPIE
IGEN/MATHS
INSPECTION GENERALE

MODULE 9

COMPTE RENDU DE DEVOIR

I-Présentation

a) Notion de compte rendu de devoir surveillé

Le compte rendu (CR) est une pratique évaluative d'une importance capitale. Il s'inscrit dans le cadre d'une évaluation formative. Il se situe presqu'à la fin du processus ; après l'évaluation du sujet, la passation (ou contrôle des élèves), le barème et la correction des copies et avant l'étape finale.

b) Contenu du CR d'un DS

- Recueil d'informations pendant la correction des copies (erreurs, fautes, rédaction)
- Traitement statistique des donnés (en vue d'animer le CR d'un DS)
- Analyse des erreurs pour déterminer les sources
- Elaboration d'exercices de ré médiation
- Restitution à la classe des tendances générales de leurs productions.

II- Intérêt du CR d'un DS

Une évaluation formative ne peut se concevoir sans un retour d'information aux élèves. Le compte rendu de devoir est une véritable aide à la décision au service de l'amélioration du processus Enseignement/apprentissage. En effet, même si une correction active des copies peut permettre de recueillir des informations sur le niveau d'acquisition des compétences, elle ne peut amener le professeur à analyser et à comprendre les sources d'erreurs des élèves pour une rémédiation profonde. Grâce à un CR fait avec la participation active des élèves et fondamentalement axée sur la correction des copies, les sources d'erreurs sont éprouvées, corrigées et mises au service de l'amélioration des apprentissages.

III- Durée et moment d'un CR

La durée d'un CR ne doit pas excéder celle du devoir surveillé car il ne s'agira pas de donner un corrigé intégral de devoir. Un CR d'un devoir est différent d'une séance de corrigé intégral.
Le compte rendu d'un devoir surveillé doit intervenir au maximum deux semaines après la passation de ce devoir.

IV- Conception d'un CR

a) Etape 1

Le professeur établira en fonction de la structure du sujet et des objectifs poursuivis, une grille de correction comportant les items par question. Cette grille sera conçue en vue d'obtenir les taux de réussite par item et par question, la moyenne de la classe et bien d'autres informations utiles à une analyse et une interprétation fiable.

Il fera d'avance, en fonction de son expérience personnelle, l'inventaire des erreurs ou des fausses représentations des élèves susceptibles d'apparaitre dans les copies. Il recueillera par la même occasion les erreurs récurrentes dont il déterminera l'importance numérique au terme de la correction.

Il pourrait éventuellement identifier quelques auteurs des erreurs typiques et les élèves ayant réussi brillamment le devoir ou une partie complexe. On pourrait s'appuyer avec beaucoup de tact sur ceux-là pour mener le compte rendu.

b) Etape 2

D'une part, on s'intéresse à la moyenne de la classe, aux taux de réussite et d'échec, au pourcentage des élèves ayant moins de 8 sur 20, moins de 10 sur 20, plus de 10 sur 20 ; On s'intéressera également à la plus forte note et sa fréquence en pourcentage ; de même, on s'intéressera à la plus faible note et sa fréquence en pourcentage. On calculera le taux de variation par rapport au devoir précédent, etc.

On pourra prévoir éventuellement des histogrammes pour illustrer et montrer l'intérêt de la statistique.

D'autre part, on s'intéresse aux différents types d'erreurs et leur fréquence et On ébauchera la mise en place d'hypothèse susceptible d'expliquer la source de chaque erreur. Ces hypothèses conjecturées vont être infirmées ou confirmées par les élèves concentrés à travers le compte rendu du devoir.

c) Etape 3

Exploitation statistique des données relatives au relevé pour le commentaire général ! L'exploitation statistique des données relatives aux réponses – élèves sera orienté vers la découverte des sources d'erreurs, vers leurs analyse et surtout leurs remédiations.

V- Animation d'un CR

Dans un premier temps, le professeur fait un commentaire général qui présente les statistiques, ce qui n'a pas marché et ce qui a marché. Ce dernier point peut être accompagné de félicitation et d'encouragement. On admettra qu'une question ou un exercice est réussie lorsque 75% des élèves ont réussi cette question ou cet exercice.

Le but visé par le commentaire général n'est pas de frustrer ou de démotiver les élèves. Il s'agit de permettre à chaque élève de se situer par rapport à la classe et par rapport à lui-même (ses progrès)

Dans un deuxième temps, on procède à l'identification des erreurs, l'analyse de celles-ci et à la ré médiation.

a) Analyse d'erreur et ré médiation

Il est conseillé au professeur de noter au tableau, les principales erreurs récurrentes. Puis il amène les élèves concernés à prendre conscience de leurs erreurs. Il entreprend ensuite avec eux une analyse des erreurs qui devrait permettre d'identifier la source de chaque erreur. Le professeur ne devrait pas tout de go imaginer la source d'une erreur et le déclarer aux élèves.

Cette phase exige du professeur une procédure de ré médiation basée sur la méthode active. C'est une excellente occasion pour le professeur d'écouter attentivement les élèves afin de cerner leurs mauvaises représentations.

Après avoir détecté la source d'une erreur, le professeur s'attèlera à mettre en œuvre un processus de ré médiation. On pourrait par exemple découvrir qu'une erreur faite dans une classe de première a sa source en classe de 3ème. Dans ce cas, le professeur renforce le savoir ou le savoir-faire de 5ème et propose un exercice à faire séance tenante ou à la maison. Dans un tel contexte l'erreur n'est plus un péché mais une étape normale dans la construction des connaissances.

Dans le même ordre d'idée, les expériences novatrices de correction de copies par l'élève lui-même pendant le compte rendu méritent d'être examinées. Par exemple, pour les questions non réussies majoritairement, on remet les élèves en situation de recherche soit individuelle et différée soit collective portant certaines fois sur la totalité d'un exercice, d'autres fois sur une charnière importante de raisonnement. Ce travail peut être un moyen efficace d'aide à l'apprentissage.

Pour les questions relativement bien réussies ; le professeur gagnera du temps en se limitant à donner quelques indication devant permettre aux élèves de pouvoir sen servir tous seuls. Lorsqu'un élève présente un problème particulier sans véritable intérêt pour les autres, le professeur peut lui donner un rendez-vous en dehors de la classe.

b) Compte rendu et corrigé intégral

un compte rendu de devoir ne devrait pas être une séance de corrigé intégral. Le corrigé intégral d'un devoir est donné sous forme d'exposé oral par le professeur ou par des élèves biens choisis. Dans ce cas, très souvent, un élève secrétaire écrit au tableau le corrigé sous la dictée du professeur ou de certains élèves. La rédaction est celle attendue par le professeur parfois aussi le corrigé est donné par écrit sous forme de polycopie que l'élèves est chargé de s'approprier à sa guise.

Ces pratiques confinent l'élève dans un rôle de spectateur. Elles ont un côté magique contradictoire avec un réel apprentissage et une acquisition de méthode de travail autonome. En effet, ou bien l'élève a réussi l'exercice et il s'ennuie pendant le corrigé, ou bien il ne l'a pas réussi et regarde une personne, le professeur ou l'un de ses camarades, traiter l'exercice au tableau lui montre le savoir-faire de l'autre mai ne lui apprend rien sur l'importance et la nature de ses propres erreurs.

MODULE 10

ANALYSE ET CORRECTION DE COPIES

ATELIER 9 : Correction de copie et élément de docimologie

INTRODUCTION

La correction de copie est un élément essentiel dans le processus d'évaluation des apprentissages, elle influence beaucoup les rapports maitre-élève. Le présent atelier donne aux stagiaires des moyens d'élaborer un barème de notation de copies.

1-Définition de la docimologie

Selon HENRI PIERON, c'est l'étude systématique des examens (modes de notation, variabilité interindividuelle et intra-individuelle des examinateurs, facteurs subjectifs, etc.).
D'après le dictionnaire Larousse : La docimologie est ce qui rapporte à l'évaluation, notamment les facteurs déterminant la notation aux examens.

2-L'objectif de la docimologie.

L'objectif de la docimologie est d'abord de rechercher les facteurs qui entrent en jeu dans l'évaluation qui sera faite d'un travail écrit ou oral fourni par un élève, indépendamment de la valeur intrinsèque de ce travail ou de l'élève en question.

3-Les facteurs influençant l'évaluation :

- L'énoncé : formulation du sujet, adéquation avec les enseignements, pertinence…
- Conditions de l'évaluation : environnement (odeurs, vacarme), phénomènes sociaux (troubles, grèves)
- Psychologie du correcteur : préjugés, état d'esprit (humeur , degré de concentration, fatigue…), erreur répétitive, erreur qui disqualifie .

a) Influence de l'énoncé

La manière de poser la question au sens large, de présenter le problème servant à l'évaluation va influer sur la réponse. Ceci a été étudié en psychologie cognitive.
L'énoncé peut aussi induire en erreur :

- il peut comporter des erreurs (ce qui doit être bien sûr évité) : comment alors évaluer la réponse à une question erronée ? Cette situation peut également être voulue, par exemple pour tester la réactivité du candidat, sa capacité à prendre du recul, à douter de l'autorité ;
- l'énoncé peut être inadapté à la formation : d'un niveau trop simple ou au contraire trop élevé, ou bien présentant une situation que l'apprenant ne peut pas gérer car les connaissances, savoir-faire ou savoir-être nécessaires ne font pas partie des pré-requis à l'examen.

b) **Les conditions de l'évaluation**

Différents facteurs liées aux conditions dans lesquelles s'effectuent l'évaluation peuvent aussi influer sur le résultat final. Certains sont les manifestations particulières de phénomènes plus généraux de ce qu'on appelle des biais dont certains ont été étudiés en détail par la psychologie sociale et cognitive.

- Effet de halo : si un élève est présenté comme brillant, sa copie pourrait être mieux notée que s'il était présenté comme médiocre ;
- Effet de contraste : une copie moyenne peut sembler meilleure après l'évaluation de mauvaises copies.

c) Psychologie de l’évaluateur

Face à une copie, l'évaluateur peut avoir des préjugés, être influencé par son état d'humeur ou l'état d'esprit dans lequel il se trouve (degré de concentration, fatigue), etc. Son jugement sur ce qu'il doit évaluer pourra donc être biaisé par ces éléments.
Cela pose notamment le problème de l'évaluation continue, et de manière générale des situations dans lesquels l'évaluateur et le formateur ne font qu'un :

- d'un côté, le formateur connaît l'élève et donc est capable de faire la part des choses, par exemple, entre une contre-performance accidentelle et une lacune réelle, ou bien de prendre en compte certaines compétences de l'élève pour mitiger son avis ;
- d'un autre côté, l'évaluation subit un biais dû aux *a priori* de l'évaluateur.

CRITIQUE DU SYSTEME TRADITIONNEL DE NOTATION (ELEMENTS DOCIMOLOGIE)

a. Ambigüité de la note chiffrée

Le mode d'évaluation mise en place au moment de la création de l'école obligatoire fut celui des notes chiffrées, donnant lieu au calcul des moyennes. Jamais ne fut précisé, cependant, l'objet exact de cette évaluation. Etait-ce l'aptitude de l'élève (sa facilité) ou, au contraire, l'effort qu'il faisait (son assiduité) ? Était-ce l'exactitude qu'il fallait apprécier ou bien la fidélité aux procédures enseignée en classe, ou même la capacité de formuler verbalement ces procédures (par la récitation de règle) ? le niveau atteint devait-il être évaluer par rapport au niveau antérieur de l'enfant, par rapport au niveau moyen de sa classe, par rapport à l'ensemble des élèves du même degré, ou du même âge ? qu'exigeait-on exactement des élèves, en leur demandant de « savoir lire » ou da savoir « calculer » ? Était-ce aussi de comprendre ce qu'il disait de savoir résoudre des problèmes nouveaux ? Mais de quelle difficulté pouvant être alors le texte ou le problème mathématique proposé.

Devant tant d'incertitude, on comprend que l'attribution de note fasse appel à toute une série de jugement. On devine aussi les désaccords qui peuvent résulter du choix de point de référence différent : c'est bien ce que confirme les expériences de docimologie.

b. Incohérence de l'échelle numérique

L'utilisation de l'échelle numérique totalement ordonnée pose un certain nombre de problème. Deux élèves qui ont obtenus respectivement 11 et 14 mais qui n'ont répondu juste au même item sont –il comparable ? il y aura certes un sens à comparer deux élèves qui sont dans la situation où l'on a réussi tous les items réussi par l'autres puis en a réussi en plus d'autres ; les deux premiers élèves par compte ne sont pas comparable sur la seule base des note 11 et 14.

Dans le même ordre d'idées, quatre (4) points glanés sur un ensemble d'item visant un objectif calculatoire et quatre points obtenus à un item visant un objectif de logique (démonstration par exemple) n'ont certainement pas la même valeur. Ils ne traduisent pas la même information sur les aptitudes de l'élève. il est plus avantageux de laisser coexister les deux notes que d'essayer à tout prix de les fondre à une note unique. Il est dommage de détruire d'autres informations utiles pour les remplacer par un enseignement qui ne signifie rien.

L'échelle de notation ne peut donc pas être une échelle ordinaire comme l'usage le laisse croire. C'est une échelle de position. Dans ces conditions ont ne peut plus continuer à additionner des notes, faire des moyennes est aussi aberrant que d'ajouter la vitesse à l'âge de son capitaine.

c. Divergence entre notateur

De nombreuses expériences docimologique effectuées dans divers pays révèlent l'existence de désaccords entre correcteurs notant les mêmes copies. De plus un même correcteur n'est pas toujours d'accord avec lui-même lorsqu'il corrige plusieurs fois la même copie. Cette situation s'explique par le fait que, d'une part les correcteurs font des interprétations différents d'un un même barème et d'autre part il n'utilise pas les mêmes échelles de notation.

Les enseignants n’ont pas la même opinion sur les objectifs de l’enseignement. Cette divergence peut les conduire à pondérer différemment des résultats identiques. Ils n’utilisent pas n’ont plus la même échelle de notation. Chaque enseignant travaille en réalité sur la base d’une échelle implicite différente de l’échelle officiellement annoncée. Certain enseignant note de 5 à 15 pendant que d’autre note de 2 à 18 par exemple.

Il résulte de ces différences divergences des différences considérables entre les niveaux réels de classe portant la même appellation. Il ya donc de grands risques pour que la même note corresponde à des niveaux de connaissances très différents selon qu’elle et donnée dans une classe de niveau élevé ou dans une classe de niveau faible. Ce constat est confirmé par les résultats atteints, dans des épreuves normalisées communes à plusieurs classes.
(Examen à grand tirage par exemple), par des élèves ayant obtenu la même appréciation scolaire dans des classes différentes.

d) La barre fatidique de 10 sur 20
Aux objectifs précédents s’ajoutent le choix arbitraire de la hauteur de la barre fixée à 10 sur 20. Aucun argument a priori ne permet de situer au milieu géométrique de l’échelle la barre qui sépare la réussite de l’échec. Seule une analyse approfondie de l’importance et des difficultés des questions posées autorise une telle décision. A défaut de pouvoir changer les habitudes solidement ancrées, l’enseignant doit tenir compte de cette réalité et composer ses sujets d’évaluation de façon à ce que la note 10 sur 20 représente effectivement une performance moyenne.

e) La formation reléguée au second plan
Un autre effet pervers du système traditionnel de notation est la trop grande concentration sur l’évaluation au détriment de l’apprentissage. Les élèves apprennent pour les notes. Cette attitude des élèves est renforcée par les familles moins soucieuses de savoir ce que leurs enfants lisent, apprennent, comprennent. L’importance est la position de la note par rapport à la moyenne. C’est la note qui est le garant de la réussite selon les coutumes en vigueur. Ce détournement d’objectif incite à cesser tout effort dès qu’on a franchi la barre fatidique.

f) Raison du maintien du système traditionnel de notation
Malgré ses tares, tares ressassées depuis des décennies par des travaux scientifiques réalisés dans différents pays, dans des conditions variées, le système traditionnel de notation continue de s’imposer envers et contre tout. Sans doute parce que les expériences novatrices entreprises un peu partout ne sont pas suffisamment diffusées et aussi parce que l’opinion publique n’est pas prête à abandonner un système aussi « sécurisant ».
les familles préfèrent gérer des carnets de notes plutôt que l’appréhender les véritables difficultés rencontrées par leurs enfants. Un diplôme qui ne précise pas sa signification assure une sécurité formelle à ces titulaires. On préfère symboliser ses études par un sigle laconique et imprécis (CEPE, BEPC, BAC, LICENCE etc..) plutôt que de décrire en détail son profil de compétence.

g) Motivations de la critique du système traditionnel de notation.
Enfin, disons un mot des motivations d'un aussi long développement sur les insuffisances du système de notation vieux de plus d'un siècle à des personnes qui s'apprêtent à embrasser la carrière d'enseignant.

Il est bon que les nouveaux collègues révisent leur relation avec ce système de notion pour qu'ils en fassent un usage critique et responsable. La neutralité que leur offre la « virginité professionnelle » autorise à miser sur eux des espoirs d'une refondation du système de notation par une recherche active et militante.

Au moment où notre système éducatif est en train de négocier un tournant décisif avec la mise en place des programmes APC, les capacités de flexibilité intellectuelle et professionnelle des personnels seront fortement sollicitées.

III- Correction de copies

a) Corvée, devoir et divertissement
La correction des copies est une tâche unanimement décriée par les enseignants. En effet elle n'est pas faite pour arranger nos week-ends et nos nuits. Malheureusement, disons le tout net, cette tache est incontournable. Alors tant qu'à faire, il vaut mieux s'organiser pour réduire autant que possible nos résistance personnelles.

Aussi paradoxal que cela puisse paraitre, la correction des copies peut devenir une activité passionnante pour peu que l'on médite sur le rôle important qu'elle peut jouer dans l'amélioration des apprentissages ; pour peu que l'on ose sortir des sentiers battus et imaginer des approches novatrices adaptées aux réalités environnementales.

b) Dialogue Maître – élève
Dans un enseignement de type collectif avec des effectifs généralement pléthoriques, il est impossible d'instaurer régulièrement des dialogues particuliers entre l'enseignant et chaque élève. Or construire ses connaissances en mathématique repose sur l'activité de l'élève et l'activité engendre les questions, les conjectures, les propositions, les dérapages,..
L'écrit des devoirs est donc un moyen d'offrir à tous les élèves, du plus audacieux au plus réservé, la possibilité de poser des questions explicitement ou non. Certaines erreurs rencontrées dans les copies sont en effet elles-mêmes de véritables questions implicites que l'élève aurait du mal à formuler. L'examen minutieux des copies permet à l'enseignant de se saisir de ces questions et d'y apporter des réponses. Les copies sont donc un moyen de rendre l'enseignement plus adapté aux préoccupations de tous les élèves.
C'est la correction des copies qui permet au professeur de suivre de près ses élèves, de s'appuyer sur ce qu'ils ont vraiment compris, de réexpliquer ce qui est encore en train de se mettre.

c) <u>Régulation de l'enseignement</u>

Lorsqu'il nous arrive de terminer une correction notée dont la moyenne est très basse, il est important de pouvoir se dire : '' *je me suis trompé sur ce que savaient mes élèves, je n'ai pas laissé assez de temps pour absorber vraiment la notion nouvelle.'', plutôt que le trop facile ''ils sont tous nuls !''*

L'élève, pour progresser de façon durable, doit apprendre à repérer ses difficultés et ses erreurs, à les identifier, à chercher les moyens pour y remédier, à mettre en œuvre les moyens choisis et, enfin, à transmettre à d'autres et à réinvestir les nouvelles compétences et connaissances acquises. L'enseignant peut aider l'élève dans cette voie au moyen de la correction des copies.

d) Annotations

Pour que la correction de copies deviennent un instrument de dialogue entre l'élève et l'enseignant il faut que ce dernier donne une suite à la ''correspondance'' à lui adressée par l'élève. L'ensemble des annotations inscrites sur la copie constitue la forme privée et individualisée de cette réponse. Cette première forme de réponse est complétée par le compte-rendu du devoir. Une copie non annotée donne à l'élève l'impression que l'enseignant n'a pas lu son travail ou ne l'a pas lu sérieusement. Cette situation crée chez lui un sentiment de repli sur soi qui le conduit à penser que l'évaluation est arbitraire. L'enseignant devra donc mettre un soin particulier dans la rédaction des annotations. Le style devra être à la fois simple et correcte et d'un niveau accessible aux élèves.

Les annotations indiquent ce qui est juste et ce qui ne l'est pas, elles donnent des indications de résolution, les signalements d'erreurs accompagnés de commentaires portant sur le type d'erreur ou d'imprécision. Elles peuvent inviter l'élève à revoir une partie spécifique du cours. Parfois un commentaire global, sous forme de conseils ou d'avertissement, complète la note. Les annotations sont un complément indispensable de la note. Elles doivent permettre à l'élève de repérer lui-même ses difficultés et ses erreurs.

Si l'absence d'annotation est mal perçue par les élèves, l'abondance d'annotations aussi est quelquefois ressentie par l'élève comme une sévérité extrême, un excès de zèle du professeur. Cela donne l'impression à l'élève qu'il n'a pas bien travaillé. L'usage a consacré la couleur rouge comme celle de la faute, du péché. Aussi la présence de trop de rouge sur la copie est synonyme de mauvaise performance. En effet, la plupart des professeurs n'utilisent les annotations que pour blesser l'orgueil de l'élève.

e) Elève partenaires

Ces considérations montrent l'impérieuse nécessité d'établir une communication positive avec nos élèves. Chaque acte que nous posons doit être expliqué et mis en œuvre de façon négociée. L'élève-esclave qui doit exécuter sans poser de question n'est pas forcément le mieux indiqué pour le succès du projet d'éducation. Au demeurant, cet élève-là est d'un autre temps. Les partenaires que connait le système éducatif depuis quelques années attestent bien de cette vérité. Pour le malheur des enseignants, les temps nouveaux ont engendré une nouvelle génération d'élève, l'élève rebelle. Notre nouveau défi est de transformer cet élève rebelle par le dialogue, la négociation responsable pour en faire un élève partenaire convaincu que la culture de l'esprit est le meilleur des investissements.

L'intérêt et le sens des annotations marquées sur les copies doivent être expliqués aux élèves pour qu'ils en tirent le meilleur profit. Dans le cadre d'un tel contrat, l'abondance d'annotations ne peut être que bénéfique. On pourrait même demander aux élèves de réserver une page entière pour les annotations. Le professeur indiquerait alors à l'endroit où une annotation est nécessaire un signe renvoyant l'élève à la page des annotations. On pourrait alors utiliser pour cette page un couleur autre que le rouge.

f) Evaluation et relation Maitre – élève

Les élèves expriment un certain nombre de griefs auxquels l'enseignant doit prêter attention et tirer des enseignements utiles :

- le professeur a barré une réponse juste
- le professeur impose sa méthode
- le professeur barre l'ensemble de mon travail pour une erreur de notation (Exemple : Un professeur annule tout le travail d'un élève de 4ème parce que celui-ci a écrit « I=mil[AB] » au lieu de « I est le milieu de [AB] » :

Le professeur m'insulte sur la copie.

g) Courtoisie envers élève

En aucun cas les annotations ne doivent blesser l'orgueil de l'élève : « nul », « vous n'avez pas votre place ici », « je vous conseille de changer de métier », …Par contre, selon la situation, elles peuvent encourager l'élève : « vous êtes capable de mieux faire », « faites un effort », « vous pouvez réussir », …

De toute façon, il est une vérité pour l'enseignant de savoir qu'il n'existe pas d'élève nuls. Chaque être humain, en particulier chaque élève possède une potentialité qui, savamment stimulé, se manifeste de façon créatrice de valeurs. Le véritable enseignant, le véritable éducateur est celui qui est capable de stimuler de façon convenable les potentialités infinies de l'apprenant.

h) Préparation du compte rendu de devoir

Pendant la correction des copies l'enseignant prend des notes : les erreurs rencontrées, éventuellement les noms des élèves ayant commis ces erreurs, les méthodes originales utilisées, etc. Ces notes permettent de préparer le compte rendu.

Après avoir examiné les copies, le professeur doit rendre compte de son travail aux élèves. A ce niveau, les enseignants éprouvent de réelles difficultés à gérer cette phase. S'agit-il de faire le corrigé intégral du contrôle ? S'agit-il de donner les statistiques des notes ? s'agit-il de commenter les erreurs récurrentes ? S'agit-il d'analyser ces erreurs avec l'aide des élèves pour en connaitre les causes profondes et proposer des ré médiations ? Chacun y va selon son inspiration du moment, selon le temps imparti, selon la réaction des élèves, etc. Dans la partie suivante, quelques points de repère sont donnés pour aider l'enseignant à mettre véritablement l'évaluation au service de l'apprentissage.

Nom : Elève 1

Etablissement : Lycée ABC   Date : 9 janvier 2012

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

1°) $\frac{x + 2}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} = 0$

E = IR – {1}

$(x+2)(x-1) = 2(x-1)^2$

$x^2 + x- 2 = 2x^2 - 4x + 2$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$1^2 - 5\times1 + 4 = 0$

et

$4^2 - 5\times4 + 4 = 20 -20 =0$

Les solutions sont 1 et 4

S= {4}

2)

$\sqrt{2x^2 - x - 1} = x - 1$

$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 -x - 1 = (x - 1)^2 \end{cases}$

$2x^2 -x - 1 \geq 0$

1 est une solution évidente1 et -1/2 l'autre

$S_1 =] -\infty ; -1/2] \cup [1 ; +\infty[$

$x - 1 \geq 0$

$x \geq 1$

Domaine de validité $D_V = [1 ; + \infty[$

$2x^2 - x - 1 = (x - 1)^2$

$2x^2 - x -1 - (x^2 - 2x + 1) = 0$

$2x^2 - x - 1 - x^2 + 2x - 1 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

1 est une solution évidente

l'autre solution est -2

x = 1 ; x = -2

$-2 \notin Dv$

$S_{IR} = \{ 1\}$

EXERCICE 2

Résolvons dans IR les équations suivantes

1°) $\frac{1 - x}{5- x} < 3$

$\frac{x - 1}{x -5} - 3 < 0$

$\frac{x - 1 - 3(x -5)}{x -5} < 0$

$\frac{-2x + 14}{x-5} < 0$

x	-∞	5		7	+∞
-2x+14	+		+	0	-
x - 5	-	0	+		+
P(x)	-	■	+	■	-

$s_1 =]-\infty ; 5[\cup]7 ;+\infty[$

2°) $\frac{1}{1 +x} \leq \frac{2}{1 - x}$

$\frac{1}{1 + x} - \frac{2}{1 -x} \leq 0$

$\frac{1 - x - 2(1 + x)}{(1 + x)(-x +1)} \leq 0$

$\frac{-3x -1}{(1+x)(-x+1)} \leq 0$

x	-∞	-1		-1/3		1	+∞
1 + x	-	0	+		+		+
- x + 1	+		+		+	0	-
-3x – 1	+		+	0	-		-
P(x)	-	■	+	0	-	■	+

$S_{IR} =]-\infty ; -1[\cup]-1/3; 1[$

3)

$\sqrt{(x-1)(2x+1)} < 3x - 3$ $\quad\quad S_1 =]-\infty ; \frac{-1}{2}] \cup [1 ; +\infty[$

$$\begin{cases} (x-1)(2x+1) \geq 0 \\ X - 1 \geq 0 \\ (x-1)(2x+1) < (3x-3)^2 \end{cases}$$

$(x-1)(2x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$x = 1$ où $x = -1/2$

Nom : Elève 2

Etablissement : Lycée ABC Date : 9 janvier 2012

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

1°) $\frac{x+2}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} = 0$

E = IR – {1}

$\frac{x+2}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1}$

$(x+2)(x-1) = 2(x-1)^2$

Je simplifie par x-1 car $x \neq 1$

$x + 2 = 2x - 2$

$-x = -4$

$x = 4$

$S = \{4\}$

2) $\sqrt{2x^2 - x - 1} = x - 1$

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 1 = (x-1)^2 \end{cases}$$

$2\times 1 - 1 - 1 = 0$ et $1 - 1 = 0$

Donc 1 est solution de cette équation.

$2x^2 - x - 1 = (x-1)^2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(-2)^2 + (-2) - 2 = 0$

- 2 est aussi solution

Comme $x \geq 1$ on a :

$S = \{1\}$

EXERCICE 2

Résolvons dans IR les équations suivantes

1°) $\frac{1-x}{5-x} < 3$

$\frac{x-1}{x-5} - 3 < 0$

$\frac{x - 1 - 3(x-5)}{x-5} < 0$

$\frac{-2x+14}{x-5} < 0$

Si $x - 5 > 0$

On a $-2x + 14 < 0$

$x > 7$

$s_1 =]7 ; +\infty[$

si $x - 5 < 0$

$-2x + 14 > 0$

$x < 7$

$S_2 =]-\infty ; 5[$

$S =]-\infty ; 5[\cup]7 ; +\infty[$

2°) $\frac{1}{1+x} \leq \frac{2}{1-x}$

$\frac{1}{1+x} - \frac{2}{1-x} \leq 0$

$\frac{1 - x - 2(1+x)}{(1+x)(-x+1)} \leq 0$

$\frac{-3x-1}{(1+x)(-x+1)} \leq 0$

I existe ssi $(x+1) \neq 0$ et $-x + 1 \neq 0$

x	$-\infty$	-1		-1/3		1	$+\infty$
1 + x	-	0	+		+		+
- x + 1	-		-		-	0	-
-3x – 1	-		-	0	+		+
P(x)	-		+	0	-		+

$S_{IR} =]-\infty ; -1] \cup [-1/3 ; 1]$

3)

$\sqrt{(x-1)(2x+1)} < 3x - 3$

$$\begin{cases} (x-1)(2x+1) \geq 0 \\ X - 1 \geq 0 \\ (x-1)(2x+1) < (3x-3)^2 \end{cases}$$

$(x-1)(2x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$x = 1$ où $x = -1/2$

$S_1 =]-\infty ; \frac{-1}{2}] \cup [1 ; +\infty[$

$x - 1 \geq 0$; $x \geq 1$

$S_2 = [1 ; +\infty[$

$(x-1)(2x+1) - 9(x-1)^2 < 0$

$(x-1)[2x + 1 - 9(x-1) = < 0$

$(x-1)(-7x+10) < 0$

$(x-1)(-7x+10) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 10/7$

$S_3 =]-\infty ; 1[\cup]\frac{10}{7} ; +\infty[$

$S =]\frac{10}{7} ; +\infty[$

EXERCICE 3

$$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ x + 2y - z = 6 \\ -x + y + 2z = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y + 4z = 12 \\ 3y + z = 17 \end{cases} \Leftrightarrow -14y = -56 \Leftrightarrow y = 4 \text{ ; } -8 + 4z = 12,\ z = 5,\ x + 8 - 5 = 6 \text{ donc } x = 3$$

S = {(3 ; 4 ; 5)}

Nom : Elève 3

Etablissement : Lycée ABC Date : 9 janvier 2012

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Exercice 1

$\frac{x+2}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} = 0$ $\frac{x+2}{(x-1)^2} - \frac{2(x-1)}{(x-1)^2} = 0$ $\frac{x+2-2x+2}{(x-1)^2} = 0$

$\frac{-x+4}{(x-1)^2} = 0$

$-x + 4 = 0$

$-x = -4$

$x = 4$

$S_{IR} = \{4\}$

2)

$\sqrt{2x^2 - x - 1} = x - 1$

$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 1 = (x - 1)^2 \end{cases}$

$2x^2 - x - 1 \geq 0$

$\Delta = (b)^2 - 4ac$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$\Delta > 0$ alors l'équation admet 2 zéros.

$X_1 = \frac{- b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $X_2 = \frac{- b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{1 + \sqrt{9}}{2 \times 2}$; $x_2 = \frac{1 - 3}{4}$

$x_1 = 1$; $x_2 = -1/2$

tableau de signe

x	$- \infty$	$-1/2$		1	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	+	0	-	0	+

$]-\infty ; -1/2] \cup [1 ; +\infty[$

$x - 1 \geq 0$

$x \geq 1$

Domaine de validité DV = $[1 ; + \infty[$

$2x^2 - x - 1 = (x - 1)^2$

$2x^2 - x - 1 - (x^2 - 2x + 1) = 0$

$2x^2 - x - 1 - x^2 + 2x - 1 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4 \times 1(-2)$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$\Delta > 0$ l'équation admet 2 zéros.

$X_1 = \frac{- b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $X_2 = \frac{- b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $X_1 = \frac{1 - 3}{2}$; $x_2 = \frac{1 + 3}{2}$

$X_1 = -1$ $x_2 = 2$

$X = 2$; $x = -1$

$-1 \notin Dv$

$S_{IR} = \{ 2\}$

EXERCICE 2

Résolvons dans IR les équations suivantes

1°) $\frac{1 - x}{5 - x} < 3$

$\frac{1 - x}{5 - x} - 3 < 0$

$\frac{1 - x - 3(5 - x)}{5 - x} < 0$

$\frac{2x - 14}{5 - x} < 0$

I existe ssi $5 - x \neq 0$

$- X \neq -5$

$x \neq 5$

$2x - 14 = 0$

$x = 14/2$

$x = 7$

x	$-\infty$	5		7	$+\infty$
2x -14	+		+	0	-
5 – x	-	0	+		+
P(x)	-		+	0	-

$S_{IR} =]-\infty ; 5 [\cup]7 ; + \infty[$

2°) $\frac{1}{1 + x} \leq \frac{2}{1 - x}$

$\frac{1}{1 + x} - \frac{2}{1 - x} \leq 0$

$\frac{1 - x - 2(1 + x)}{(1 + x)(-x +1)} \leq 0$

$\frac{-3x - 1}{(1+x)(-x+1)} \leq 0$

I existe ssi $(x + 1) \neq 0$ et $- x + 1 \neq 0$

$x \neq - 1$ et $x \neq 1$

$-3x - 1 = 0$

$x = - 1/3$

x	$-\infty$	-1		-1/3		1	$+\infty$
1 + x	-	0	+		+		+
- x + 1	+		+		+	0	-
-3x – 1	+		+	0	-		-
P(x)	+		-	0	+		-

$S_{IR} =]-1 ; -1/3] \cup]1 ;+\infty[$

3°)

$3\sqrt{(x -1)(2x + 1)} < 3x - 3$

$\sqrt{(x - 1)(2x + 1)} < x - 1$

$\begin{cases} (x - 1)(2x + 1) \geq 0 \\ X - 1 \geq 0 \\ (x - 1)(2x + 1) < (x -1)^2 \end{cases}$

$x - 1 = 0$ et $2x + 1 = 0$

$x = 1$ et $x = -1/2$

x	$-\infty$	$-1/2$		1	$+\infty$
X - 1	-		-	0	+

$X - 1 \geq 0$

$x \geq 1$

DV = $[1 ; + \infty[$

$(x -1)(2x + 1) < (x -1)^2$

$(x -1)[(2x + 1) - (x - 1)] < 0$

$(x +1)(-x + 2) < 0$

$X - 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = 1$ ou $x = -2$

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$

2x + 1	-	0	+		+
P(x)	+		-		+

X ∈]-∞ ; -1/2]∪[1 ; + ∞[

X -1	-		-	0	+
X + 2	-	0	+		+
P(x)	+		-		+

SIR =]-2 ; 1]

EXERCICE 3

Résolvons le système

$$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ x + 2y - z = 6 \\ -x + y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1/2y + 1/2z = 7/2 \\ x + 2y - z = 6 \\ -x + y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} z = \frac{7}{2} \\ -\frac{5}{2} y + \frac{3}{2} z = -5 \\ \frac{1}{2} y + \frac{5}{2} z = \frac{29}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} z = \frac{7}{2} \\ y - \frac{3}{5} z = 1 \\ -\frac{28}{5} z = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} z = \frac{7}{2} \\ y - \frac{3}{5} z = 1 \\ y + 5z = 29 \end{cases}$$

Z' – 28z = -28

Z = 5

Y – 3/5×5 = 1

Y = 4

$x - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} z = 7/2$

x -1/2×4 + 1/2×5 = 7/2

x = -1/2 + 7/2

x = 3

S_{IR} = {(5 ; 4 ; 3)}